

E-ISSN : 2830-2028

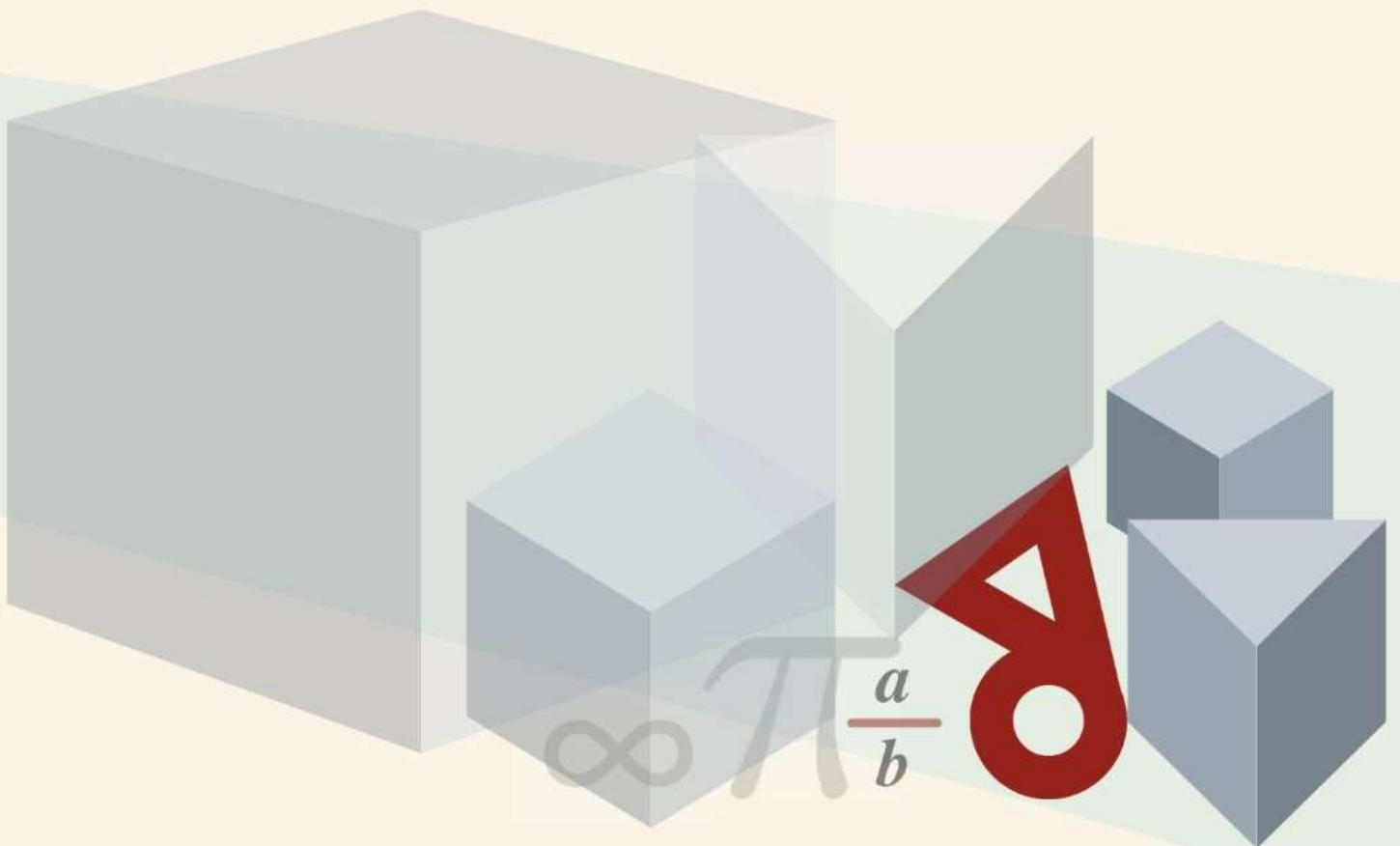
P-ISSN : 2962-1402

Volume 3 Nomor 1, Juni (2023)



# JURNAL FRACTION

Jurnal Teori dan Terapan Matematika



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS BANGKA BELITUNG**



<https://fraction.ubb.ac.id>

## DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR PADA RUANG VEKTOR (*The Spectral Decompositions on a Vector Space*)

Lalu Hasan Ghoffari<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Universitas Mataram [Email: [lalu15ghoffari@gmail.com](mailto:lalu15ghoffari@gmail.com)]

<sup>a</sup>[lalu15ghoffari@gmail.com](mailto:lalu15ghoffari@gmail.com)

### ABSTRAK

Aljabar linier lanjutan mempelajari beberapa teori dalam matematika khususnya pada matriks. Salah satu teori yang dipelajari adalah metode dekomposisi nilai singular. Dekomposisi nilai singular merupakan salah satu metode penguraian suatu matriks. Dekomposisi nilai singular menguraikan matriks  $A_{m \times n}$  sedemikian sehingga  $A = U\Sigma V^T$  dimana merupakan matriks diagonal dengan elemen di diagonalnya adalah nilai-nilai singular dari  $A$  dan matriks  $U$  serta  $V$  adalah matriks-matriks yang kolomnya adalah vektor-vektor singular kiri dan singular kanan dari matriks  $A$  yang bersesuaian. Metode dekomposisi nilai singular menjadi penting untuk dipelajari karena metode ini banyak diterapkan dalam beberapa hal, salah satu contohnya adalah sebagai metode yang digunakan untuk pengolahan citra khususnya pada aplikasi pengenalan wajah manusia. Adapun metode yang digunakan dalam makalah ini adalah kajian pustaka atau disebut juga studi literatur, yaitu penelitian yang dilakukan dengan mengumpulkan teori dan informasi yang berhubungan dengan penelitian dengan bantuan referensi seperti buku maupun jurnal ilmiah.

**Kata kunci:** dekomposisi, nilai singular, matriks

### ABSTRACT

*Advanced linear algebra studies several theories in mathematics, especially on matrices. One of the theories studied is the singular value decomposition. Singular value decomposition is one method of decomposing a matrix. Singular value decomposition decomposes the matrix  $A_{m \times n}$  such that  $A = U\Sigma V^T$  where is a diagonal matrix with the elements on the diagonal are singular values of  $A$  and matrices  $U$  and  $V$  are matrices whose columns are singular vectors left and right singulars of the corresponding matrix  $A$ . The singular value decomposition method is important to study because this method is widely applied in several ways, one example is as a method used for image processing, especially in human face recognition applications. The method used in this paper is a literature review or also called a literature study, namely research conducted by collecting theories and information related to research with the help of references such as books and scientific journals.*

**Keywords:** decomposition, singular value, matrices.

## 1. PENDAHULUAN

Beberapa ilmu yang sering digunakan dalam ilmu matematika adalah ilmu tentang aljabar linier dan aljabar linier lanjutan. Aljabar linier dan aljabar linier lanjutan mempelajari beberapa teori dalam ilmu matematika, diantaranya adalah ruang vektor, ruang hasil kali dalam, ruang dual, nilai dan vektor eigen, diagonalisasi matriks, dekomposisi spektral dan dekomposisi nilai singular.

Pada makalah ini, akan dibahas tentang salah satu teori dalam aljabar linier lanjutan yaitu dekomposisi nilai singular. Dekomposisi matriks merupakan suatu proses menguraikan matriks menjadi penjumlahan atau perkalian beberapa matriks. Dalam hal ini, produk yang dihasilkan dari proses mendekomposisi matriks tersebut apabila dijumlahkan atau dikalikan maka akan menghasilkan matriks asalnya (matriks yang dilakukan dekomposisi). Terdapat beberapa metode dalam menguraikan matriks, diantaranya adalah diagonalisasi matriks, dekomposisi spektral dan dekomposisi nilai singular [1]–[3].

Banarjee dan Roy menyatakan bahwa dalam menguraikan matriks dengan metode diagonalisasi dan dekomposisi spektral, matriks yang akan diuraikan harus merupakan matriks bujur sangkar, yaitu matriks dengan banyaknya kolom dan baris yang sama [4]. Berbeda dengan kedua metode tersebut dekomposisi nilai singular dapat dilakukan apabila matriks yang akan didekomposisi adalah matriks

non bujur sangkar. Terdapat beberapa definisi dan contoh yang mendasari terbentuknya beberapa teorema dan langkah-langkah dalam melakukan dekomposisi nilai singular pada matriks yaitu sebagai berikut.

**Definisi 1.1** Misalkan  $A$  adalah matriks berukuran  $n \times n$ . Vektor tidak nol  $x$  pada  $\mathbb{R}^n$  dinamakan vektor eigen dari  $A$  ("Eigen" diambil dari bahasa Jerman yang artinya "Karakteristik") jika  $Ax$  merupakan kelipatan skalar dari  $x$  yaitu  $Ax = \lambda x$ . Kemudian skalar  $\lambda$  dinamakan nilai eigen dari  $A$  dan  $x$  dinamakan vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda$  [2].

Persamaan  $Ax = \lambda x$  dapat ditulis sebagai  $Ax = \lambda Ix$  dimana  $I$  merupakan matriks identitas sehingga dapat dituliskan juga sebagai

$$(A - \lambda I)x = 0$$

untuk mendapatkan solusi  $x$  yang tak nol maka persamaan tersebut haruslah memiliki determinan yang sama dengan nol. Dengan demikian nilai eigen dari matriks persegi  $A$  dapat diperoleh jika dan hanya jika

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

atau yang disebut dengan persamaan karakteristik dari  $A$  [2]. Berikut ini merupakan contoh dalam mencari nilai eigen suatu matriks.

**Contoh 1.1** Nilai eigen dari matriks  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  dapat dicari dengan membentuk persamaan karakteristik dari matriks  $A$  yaitu :

$$\det \begin{pmatrix} 3 - \lambda & 0 \\ 5 & 1 - \lambda \end{pmatrix} = (3 - \lambda)(1 - \lambda) = 0$$

sehingga diperoleh nilai-nilai eigen  $\lambda_1 = 3$  dan  $\lambda_2 = 1$ . Kemudian untuk mencari ruang ataupun vektor eigen yang bersesuaian dengan nilai eigennya tersebut, dapat dilakukan dengan melakukan substitusi nilai eigen pada persamaan :

$$(A - \lambda I)x = 0$$

sehingga untuk  $\lambda = 3$ ,

$$\begin{bmatrix} 3 - 3 & 0 \\ 5 & 1 - 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$5x_1 - 2x_2 = 0$$
$$5x_1 = 2x_2$$

Misal  $x_2 = t$  maka  $x_1 = \frac{2}{5}t$ . Diperoleh vektor-vektor eigen dari matriks  $A$  yang bersesuaian dengan  $\lambda = 3$  adalah solusi tak nol dari bentuk :

$$x = \begin{bmatrix} \frac{2}{5}t \\ t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Kemudian untuk ruang eigen dari vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda = 3$  adalah

$$E_3 = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \right\}$$

Untuk  $\lambda = 1$ ,

$$\begin{bmatrix} 3 - 1 & 0 \\ 5 & 1 - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ x_1 = 0x_2 \end{cases}$$

misal  $x_2 = t$  maka  $x_1 = 0$ . Diperoleh vektor-vektor eigen dari matriks  $A$  yang bersesuaian dengan  $\lambda = 1$  adalah solusi tak nol dari bentuk :

$$x = \begin{bmatrix} 0 \\ t \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Kemudian untuk ruang eigen dari vektor-vektor eigen yang bersesuaian dengan  $\lambda = 1$  adalah

$$E_1 = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Selain definisi nilai dan vektor eigen, sebelum mempelajari dekomposisi nilai singular juga penting untuk mengetahui definisi norm dan vektor satuan sebagai berikut.

**Definisi 1.2** Jika  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  maka norm dari  $v$  yang dinotasikan dengan  $\|v\|$  didefinisikan dengan :

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$$

Selanjutnya vektor satuan dari  $v$  yang dinotasikan dengan  $\bar{v}$  didefinisikan oleh :

$$\bar{v} = \frac{1}{\|v\|} (v_1, v_2, \dots, v_n) \quad [2]$$

Untuk mempermudah pemahaman dalam melakukan metode dekomposisi nilai singular, berikut ini diberikan definisi tentang matriks orthogonal, ortonormal dan normalisasi matriks

**Definisi 1.3** Matriks yang kolom-kolomnya adalah vektor yang saling ortogonal satu sama lain disebut matriks orthogonal. Dalam hal ini hasil kali titik vektor kolomnya sama dengan nol. Kemudian jika vektor-vektor kolom matriks yang ortogonal merupakan vektor satuan (vektor dengan norm 1) maka matriks orthogonal tersebut disebut matriks ortonormal. Lebih jauh, proses mengubah matriks orthogonal menjadi matriks ortonormal disebut normalisasi matriks [4].

Selanjutnya akan diberikan definisi *rank* dari suatu matriks yang menjadi dasar dalam teorema-teorema pada metode dekomposisi nilai singular.

**Definisi 1.4** Dimensi dari ruang baris dan ruang kolom dari matriks  $A$  disebut *rank* dari matriks  $A$  dan dinotasikan dengan  $\text{rank}(A)$  [4].

## 2. METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam artikel ini adalah kajian pustaka atau disebut juga studi literatur yang berkaitan dengan definisi, contoh, teorema, dan penerapan yang membahas tentang dekomposisi nilai singular. Memahami berbagai definisi yang berkaitan tentang dekomposisi nilai singular. Kemudian membuat artikel tentang dekomposisi nilai singular berdasarkan studi literatur yang telah dilakukan.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada artikel ini, penulis akan terfokus pada definisi, contoh serta penerapan dekomposisi nilai singular.

**Teorema 3.1.** Jika  $A$  adalah matriks berukuran  $m \times n$ , maka  $A$  dan  $A^T A$  memiliki ruang nol, rank dan ruang baris yang sama. Kemudian  $A^T$  dan  $A^T A$  memiliki ruang kolom yang sama [4].

**Teorema 3.2.** Jika  $A$  adalah matriks berukuran  $m \times n$ , maka  $A^T A$  nilai eigen dari  $A^T A$  tidak negatif [2].

**BUKTI.** Karena  $A^T A$  dapat didiagonalisasi secara ortogonal maka terdapat basis ortonormal  $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  untuk  $\mathbb{R}^n$  yang terdiri atas vektor eigen dari  $A^T A$ . Jika  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  adalah nilai eigen yang sesuai untuk  $1 \leq i \leq n$  maka :

$$\|Av_i\|^2 = Av_i \cdot Av_i = v_i \cdot A^T Av_i = v_i \cdot \lambda_i v_i = \lambda_i (v_i \cdot v_i) = \lambda_i \|v_i\|^2 = \lambda_i$$

Sehingga diperoleh dari hubungan tersebut  $\lambda_i \geq 0$ .  $\square$

**Definisi 3.1** Misalkan  $A$  adalah suatu matriks dengan rank  $r$ . Nilai singular dari  $A$  didefinisikan dengan nilai eigen positif dari  $(A^T A)^{1/2}$ . Dengan demikian, jika  $\sigma$  merupakan nilai singular dari matriks  $A$  maka  $\sigma$  adalah nilai eigen positif dari  $(A^T A)^{1/2}$  sehingga diperoleh  $\sigma^2$  adalah nilai eigen dari  $A^T A$  [4].

**Teorema 3.3** Jika suatu matriks  $A$  mempunyai rank  $r$  maka terdapat sejumlah  $r$  nilai singular tak nol dari matriks  $A$  [2].

**BUKTI.** Misalkan  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  adalah nilai-nilai eigen dari matriks. Artinya terdapat  $n$  vektor eigen dari nilai-nilai eigen yang bersesuaian tersebut. Himpunan vektor eigen membentuk  $x_1, x_2, \dots, x_n$  suatu basis ortogonal untuk  $\mathbb{R}$ . Kemudian dapat diperoleh basis ortonormal dengan menormalisasikan basis ortogonal tersebut. Perhatikan hasil kali dalam :

$$\begin{aligned} \langle S_i, S_j \rangle \cdot \langle S_i, S_j \rangle &= 0, \text{ untuk } i \neq j \text{ dan} \\ \langle S_i, S_j \rangle &= 1, \text{ untuk } i = j \end{aligned}$$

akibatnya

$$\langle AS_i, AS_i \rangle = (AS_i)^T (AS_i) = S_i A A^T S_i = \lambda_i \|S_i\|^2$$

Sehingga diperoleh  $\lambda_i > 0$ .

Menurut definisi 3.3 berlaku  $\sigma_i^2 = \lambda_i = \|AS_i\|^2$  untuk setiap  $i$ . Karena rank matriks  $A$  merupakan dimensi dari ruang kolomnya yaitu  $\dim\{Ax \mid x \in \mathbb{R}^m\}$  dan diketahui  $rank(A) = r$ , maka :

$$AS_1 = AS_2 = \dots = AS_r \neq 0 \text{ dan } AS_{r+1} = AS_{r+2} = \dots = AS_n = 0$$

Dengan demikian diperoleh  $\sigma_i \neq 0$  untuk  $i = 1, 2, \dots, r$  yang artinya terdapat sejumlah  $r$  nilai singular tak nol dari matriks  $A$ .  $\square$

**Contoh 3.1** Misalkan  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , nilai singular dari matriks  $A$  dapat ditentukan dengan menghitung nilai eigen dari  $A^T A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$  yaitu 0 dan 15. Dengan demikian berdasarkan Definisi 3.1 maka nilai singular dari matriks  $A$  adalah 0 dan  $\sqrt{15}$ .

**Definisi 3.2** Misalkan  $A$  adalah suatu matriks real berukuran  $m \times n$ . Vektor tak nol  $u \in \mathbb{R}^m$  dan  $v \in \mathbb{R}^n$  masing-masing disebut sebagai vektor singular kiri dan vektor singular kanan apabila terdapat nilai singular  $\sigma$  sedemikian sehingga  $Av = \sigma u$  dan  $A^T u = \sigma v$  Selanjutnya,  $(\sigma, u)$  disebut pasangan singular kiri dari  $A$  dan  $(\sigma, v)$  disebut sebagai pasangan singular kanan dari  $A$  [2].

**Teorema 3.4** Misalkan  $A$  adalah matriks real berukuran  $m \times n$ . Jika rank dari  $A$  adalah  $r$ , maka terdapat matriks  $\Sigma_{m \times n}$ , dimana elemen diagonal pada  $\Sigma$  adalah nilai singular dari  $A$  yaitu  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$ , dan terdapat matriks  $U_{m \times m}$  serta  $V_{n \times n}$  sedemikian sehingga  $A = U \Sigma V^T$  [4].

**BUKTI.** Misalkan  $\lambda_i$  dan  $v_i$  masing-masing adalah nilai-nilai eigen dan basis-basis ortonormal dari  $A$ , maka berdasarkan teorema sebelumnya  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i} = \|Av_i\| > 0$  untuk  $1 \leq i \leq r$  dan  $\{Av_1, Av_2, \dots, Av_r\}$  adalah basis ortogonal dari ruang kolom  $A$  untuk  $1 \leq i \leq r$ , didefinisikan

$$u_i = \frac{1}{\|Av_i\|} Av_i = \frac{1}{\sigma_i} Av_i$$

sehingga,

$$Av_i = \sigma_i u_i, \quad 1 \leq i \leq r.$$

Kemudian diperluas himpunan basis ortonormal  $\{u_1, \dots, u_r\}$  ke suatu basis ortonormal  $\{u_1, \dots, u_m\}$  di  $\mathbb{R}^m$ , dan misal  $U = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$  dan  $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]$  maka  $U$  dan  $V$  merupakan suatu matriks

ortogonal. Perhatikan bahwa  $AV = [Av_1 \dots Av_r \ 0 \dots 0] = [\sigma_1 u_1 \dots \sigma_r u_r \ 0 \dots 0]$ . Misalkan  $D$  adalah diagonal matriks dengan elemen  $\sigma_1 \dots \sigma_r$ , dan  $\Sigma$ , maka

$$U\Sigma = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m] \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} = [\sigma_1 u_1 \ \dots \ \sigma_r u_r \ 0 \ \dots \ 0] = AV$$

Dimana  $V$  adalah matriks ortogonal,  $U\Sigma V^T = AVV^T = A$ .  $\square$

**Definisi 3.3** Faktorisasi  $A = U\Sigma V^T$  disebut dekomposisi nilai singular dari matriks  $A$ , dimana  $A$  adalah matriks real berukuran  $m \times n$ ,  $\Sigma$  merupakan matriks diagonal dengan elemen di diagonalnya adalah nilai-nilai singular dari  $A$  dan matriks  $U$  serta  $V$  adalah matriks-matriks ortogonal yang kolomnya adalah vektor-vektor singular kiri dan singular kanan dari matriks  $A$  yang bersesuaian [4].

**Contoh 3.2** Menentukan dekomposisi nilai singular dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

Penyelesaian :

Pertama akan ditentukan matriks  $U$ .

$$AA^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 1 \\ 1 & 11 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan proses yang sama seperti pada contoh 1.1, diperoleh nilai-nilai eigen dari  $AA^T$  adalah  $\lambda_1 = 12$  dan  $\lambda_2 = 10$  (diurutkan dari yang terbesar).

Untuk  $\lambda_1 = 12$ , diperoleh ruang eigen  $E_{12} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ . Kemudian, untuk  $\lambda_2 = 10$ , diperoleh ruang eigen  $E_{10} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \right\}$ . dengan demikian diperoleh,

$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ , dan  $u_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ , dengan menormalisasi  $u_1$ , dan  $u_2$  diperoleh,

$$\bar{u}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}, \bar{u}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian didapatkan matriks  $U$  yaitu :

$$U = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan ditentukan matriks  $V^T$ .

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 2 \\ 0 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan proses yang sama seperti pada contoh 1.1 diperoleh Nilai-nilai eigen untuk matriks  $A^T A$  adalah  $\lambda_1 = 12$ ,  $\lambda_2 = 10$ , dan  $\lambda_3 = 0$ . Untuk  $\lambda = 12$ , diperoleh ruang eigen  $E_{12} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ . Kemudian, untuk  $\lambda = 10$ , diperoleh ruang eigen  $E_{10} = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ . Selanjutnya, untuk

$\lambda = 0$ , diperoleh ruang eigen  $E_0 = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} \right\}$ . Dengan demikian diperoleh,

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ dan } v_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Dengan menormalisasi  $v_1$ ,  $v_2$ , dan  $v_3$  diperoleh,

$$\bar{v}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}, \bar{v}_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ dan } \bar{v}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{30}} \\ \frac{2}{\sqrt{30}} \\ \frac{5}{\sqrt{30}} \\ -\frac{1}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan matriks  $V$  yaitu :

$$V = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{30}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{30}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{5}{\sqrt{30}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}$$

Jadi matriks  $V^T$  nya adalah sebagai berikut

$$V^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{5}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian diperoleh dekomposisi nilai singular matriks  $A$  adalah :

$$A = U\Sigma V^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{15} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{30}} & \frac{2}{\sqrt{30}} & -\frac{5}{\sqrt{30}} \end{bmatrix}$$

Metode dekomposisi nilai singular pada matriks banyak diterapkan dalam beberapa hal seperti *machine learning*, kompresi gambar dan video, *digital watermarking*, hingga pengolahan citra (*image processing*). Pada aplikasi pengenalan wajah manusia dibutuhkan parameter seperti data input, yang terdiri dari data sampel yaitu wajah manusia yang digunakan untuk membentuk basis pada dekomposisi nilai singular dan data gambar uji yaitu gambar sembarang yang digunakan untuk melakukan proses pengujian terhadap gambar sampel yang telah tersimpan di dalam basis data. Proses yang dilakukan pada aplikasi ini yaitu melakukan inisialisasi sampel gambar yang terdapat dalam basis data sistem kemudian dilakukan perhitungan dan pemeriksaan pola wajah yang terdapat dalam gambar uji, lalu dilakukan perbandingan terhadap gambar uji dan gambar sampel, jika terdapat kecocokan aplikasi akan menginformasikan identitas seseorang yang terdapat pada gambar tersebut. Aplikasi dan penerapan dekomposisi ini bisa dilihat lebih detail pada [5]–[9]

#### 4. KESIMPULAN

Dekomposisi nilai singular merupakan suatu proses pemfaktoran matriks real  $A$  menjadi perkalian tiga buah matriks yaitu matriks  $U$ ,  $\Sigma$ , dan  $V^T$  sehingga  $A = U\Sigma V^T$ . Dimana  $U$  dan  $V$  adalah matriks-matriks ortogonal yang kolomnya adalah vektor-vektor singular kiri dan singular kanan dari matriks  $A$  dan  $\Sigma$  merupakan matriks diagonal dengan elemen di diagonalnya adalah nilai-nilai singular dari matriks  $A$ . Keunggulan dari metode ini yaitu dapat digunakan pada matriks tak persegi. Salah satu contoh penerapan dari metode dekomposisi nilai singular adalah membuat pengolahan citra, khususnya pada aplikasi pengenalan wajah manusia.

**DAFTAR PUSTAKA**

- [1] M. N. Husni, “Diagonalisasi Operator Linear,” *UJMC (Unisda Journal of Mathematics and Computer Science)*, vol. 8, no. 2, pp. 7–13, 2022.
- [2] J. E. Gentle, *Matrix Algebra: Theory, Computations, and Applications in Statistics*. New York: Springer, 2007.
- [3] I. G. A. W. Wardhana, “The Decomposition of a Finitely Generated Module over Some Special Ring,” *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, vol. 6, no. 2, pp. 261–267, 2022, doi: 10.31764/jtam.v6i2.6769.
- [4] S. Banerjee and A. Roy, *Linear Algebra and Matrix Analysis for Statistics*. CRC Press, 2014.
- [5] Y. Kurniasari and K. Karyati, “SINGULAR VALUE DECOMPOSITION AND DISCRETE COSINE TRANSFORM APPLICATION FOR LANDSAT SATELLITE IMAGE ENHANCEMENT,” *Jurnal Sains Dasar*, vol. 10, no. 1, pp. 16–23, 2021.
- [6] A. Firdausi, M. Syafan, and N. N. Bakar, “APLIKASI DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR PADA KOMPRESI UKURAN FILE GAMBAR,” *Jurnal matematika Unand*, vol. 4, no. 1, pp. 31–39, 2015.
- [7] R. A. W. Fibriyanti and K. Karyati, “APLIKASI DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR MATRIKS QUATERNION TERHADAP PERBAIKAN CITRA LOW DAN HIGH PASS FILTERING APPLICATION OF QUATERNION MATRIX SINGULAR VALUE DECOMPOSITION ON LOW AND HIGH PASS FILTERING,” *Jurnal Sains Dasar*, vol. 2022, no. 1, pp. 7–15, 2022.
- [8] F. Aryani and D. Yulianti, “APLIKASI METODE SINGULAR VALUE DECOMPOSITION(SVD) PADA SISTEM PERSAMAAN LINIER KOMPLEKS,” *Jurnal Sains*, vol. 10, no. 1, pp. 67–76, 2012.
- [9] R. Juliana, I. G. A. W. Wardhana, and Irwansyah, “Some Characteristics of Cyclic Prime, Weakly Prime and Almost Prime Submodule of Gaussian Integer Modulo over Integer,” *AIP Conf Proc*, vol. 2329, no. February, 2021, doi: 10.1063/5.0042586.

## DEKOMPOSISI SPEKTRAL PADA RUANG VEKTOR (*The Spectral Decompositions on a Vector Space*)

Marena Rahayu Gayatri<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia, marenarahayu2002@gmail.com

### ABSTRAK

Aljabar linier merupakan salah satu bidang yang mempelajari tentang pemetaan linier yang dapat direpresentasikan dengan matriks atau vektor. Dalam hal ini, akan dibahas lebih jauh mengenai matriks. Matriks adalah hal yang cukup menarik untuk dipelajari. Banyak hal yang dasarnya berasal dari matriks, salah satunya diagonalisasi matriks. Diagonalisasi matriks sangat erat kaitannya dengan dekomposisi spektral. Adapun metode yang digunakan adalah dengan mencari studi literatur terkait definisi, contoh – contoh serta penerapan dekomposisi spektral. Salah satu contoh penerapan dekomposisi spektral adalah untuk menentukan delinasi dan distribusi resevoir dan analisis faciesnya pada lingkungan pengendapan laut dalam. Dengan ditemukannya beberapa contoh penerapan dari dekomposisi spektral, maka akan lebih mudah untuk menemukan contoh penerapan yang lain.

**Kata kunci:** aljabar linier, matriks diagonal, dekomposisi spektral

### ABSTRACT

*Linear algebra is a field that studies linear mapping which can be represented by matrices or vectors. In this case, the matrix will be discussed further. Matrices are quite an interesting thing to learn. Many things are basically from matrices, one of which is matrix diagonalization. Matrix diagonalization is closely related to spectral decomposition. The method used is to search for literature studies related to definitions, examples, and application of spectral decomposition. One example of the application of spectral decomposition is to determine the delineation and distribution of reservoirs and their facies analysis in deep-sea depositional environments. With some examples of applications of spectral decomposition found, it is easier to find other examples of applications.*

**Keywords:** linear algebra, diagonal matrix, spectral decomposition.

## 1. PENDAHULUAN

Aljabar linier adalah salah satu bidang dalam matematika yang mempelajari sistem persamaan linier seperti pemetaan linier dan representasinya dalam matriks maupun vektor. Matriks adalah salah satu hal yang cukup menarik untuk dipelajari. Terdapat beberapa sifat - sifat pada matriks. Adapun sifat – sifat tersebut adalah

$$A + B = B + A \quad [1.1]$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad [1.2]$$

$$AB \neq BA \quad [1.3]$$

$$A(BC) = (AB)C \quad [1.4]$$

$$(A^t)^t = A \quad [1.5]$$

$$(AB)^t = B^t A^t \quad [1.6]$$

$$(A^{-1})^{-1} = A \quad [1.7]$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1} \quad [1.8]$$

Berdasarkan sifat – sifat tersebut, dapat dipelajari lebih lanjut mengenai ruang eigen. Ruang eigen yang terdiri dari nilai dan vektor eigen. Adapun definisinya sebagai berikut.

**Definisi 1.1.** Misalkan  $A$  matriks berorde  $n \times n$ , vektor  $x \in \mathbb{R}^n$  dan  $x \neq 0$ , disebut vektor eigen, jika terdapat bilangan real  $\lambda$ , yang disebut nilai eigen, sehingga memenuhi persamaan:

$$Ax = \lambda x \quad [1]$$

Dengan mengingat bahwa vektor eigen  $x \neq 0$ , maka persamaan di atas harus mempunyai solusi tak trivial, dan oleh karena itu, maka persamaan karakteristik yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\det(A - \lambda I) \quad [1.9]$$

Untuk memperoleh persamaan yang taknegatif, maka persamaan karakteristik yang diperoleh sebagai berikut :

$$\det(\lambda I - A) \quad [1.10]$$

**Contoh 1.1.** Nilai eigen dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut.

**Penyelesaian :**

Polinom karakteristik dari matriks  $A$  adalah

$$\det(\lambda I - A) = \det\left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix} \lambda - 3 & -2 \\ 1 & \lambda \end{bmatrix}\right) = \lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$$

Sehingga diperoleh,  $\lambda_1 = 1$  dan  $\lambda_2 = 2$ , jadi, nilai – nilai eigen dari matriks  $A$  adalah 1 dan 2.

Untuk  $\lambda_1 = 1$  didapatkan SPL homogen

$$\begin{bmatrix} 1 - 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \begin{matrix} |0 \\ |0 \end{matrix}$$

diperoleh

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$x_1 = -x_2$$

$$x_1 = t$$

Maka didapatkan ruang eigennya

$$\left\{ t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$$

Untuk  $\lambda_2 = 2$  didapatkan SPL homogen

$$\begin{bmatrix} 2 - 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \begin{matrix} |0 \\ |0 \end{matrix}$$

diperoleh

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 = -2x_2$$

$$x_2 = t$$

Maka didapatkan ruang eigennya  $\left\{ t \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, t \in \mathbb{R} \right\}$ , vektor-vektor eigen dari matriks adalah  $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  dan  $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Vektor eigen yang diperoleh dapat membentuk matriks diagonal. Adapun definisi dari diagonalisasi matriks termuat pada Definisi 1.2 berikut.

**Definisi 1.2.** Diagonalisasi matriks adalah proses untuk membuat suatu matriks bujursangkar menjadi matriks diagonal dengan cara mengkonstruksi matriks yang berasal dari vektor-vektor eigen, dimana vektor eigen pasti bebas linear karena vektor eigen adalah basis dari ruang eigen yang mengakibatkan memiliki invers sehingga dengan syarat definisi matriks dapat didiagonalkan dapat ditemukan matriks diagonalnya. [1]

Diagonalisasi matriks dapat diterapkan dalam berbagai hal. Salah satunya adalah dekomposisi spektral. Terdapat beberapa penelitian terkait dengan dekomposisi spektral yaitu analisis dekomposisi spektral dengan metode PCA, penerapan dekomposisi spektral [2].

Dekomposisi spektral juga berkaitan erat dengan matriks ortogonal. Adapun definisi dari matriks ortogonal termuat dalam Definisi 1.3 berikut.

**Definisi 1.3.** Matriks yang kolom-kolomnya adalah vektor yang saling ortogonal satu sama lain disebut matriks. [1]

ortogonal. Dalam hal ini hasil kali titik vektor kolomnya sama dengan nol. Kemudian jika vektor-vektor kolom matriks yang ortogonal merupakan vektor satuan (vektor dengan norm 1) maka matriks ortogonal tersebut disebut matriks ortonormal. Lebih jauh, proses mengubah matriks ortogonal menjadi matriks ortonormal disebut normalisasi matriks.

**Definisi 1.4.** Jika  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  maka norm dari  $v$  yang dinotasikan dengan  $\|v\|$  didefinisikan dengan:

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2} \quad [1]$$

## 2. METODE PENELITIAN

Adapun metode yang digunakan adalah dengan studi literatur terkait definisi, contoh – contoh, serta penerapan dari dekomposisi spektral. Memahami berbagai definisi yang berkaitan dengan dekomposisi spektral. Kemudian menyusun definisi, contoh – contoh, serta penerapan dari dekomposisi spektral.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada artikel ini, penulis akan terfokus pada definisi, contoh serta penerapan dekomposisi spektral.

**Definisi 3.1.** Misalkan  $A$  adalah matriks simetri berukuran  $n \times n$ , maka dekomposisi spektral matriks dari  $A$  adalah:

$$A = \sum_{i=1}^n \lambda_i a_i a_i^t = PDP^t \quad [3]$$

Dengan  $\lambda_i$  adalah nilai eigen ke –  $i$  dan  $a_i$  adalah vektor eigen ke –  $i$  dari matriks  $A$ .  $P$  adalah suatu matriks yang elemen – elemennya merupakan vektor eigen berukuran  $n \times n$ , dan  $D$  adalah matriks diagonal yang memiliki nilai eigen pada diagonal utamanya, sehingga

$$A_{(n \times n)} = \sum_{i=1}^n \lambda_i a_{i(n \times 1)} a_{i(1 \times n)}^t = P_{(n \times n)} D_{(n \times n)} P_{(n \times n)}^t \quad [3.2]$$

dimana  $PP^t = P^tP = 1$  dan  $D$  adalah matriks diagonal

$$D_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

dengan  $\lambda_i > 0$ , maka  $A^{-1} = PD^{-1}P^t = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} a_i a_i^t$ , karena  $(PDP^t)PDP^t = PDP^t(PD^{-1}P^t) = PP^t = 1$ . Beberapa teorema dekomposisi spektral sebagai berikut.

**Teorema 3.1.** Jika  $\lambda$  adalah nilai eigen dari matriks simetri  $A$ , maka  $\lambda$  adalah bilangan real. Akibatnya, semua nilai eigen dari matriks simetri real adalah real [3]

**Bukti:** Misal  $x$  adalah vektor eigen yang sesuai dengan nilai eigen  $\lambda$ . Maka,  $x^*Ax = \lambda x^*x$  dimana  $x^*$  adalah adjoint dari  $x$ . Karena  $A = A^*$ , ambil transpose konjugat, maka

$$\bar{\lambda} x^*x = (x^*Ax)^* = x^*A^*x = x^*Ax = \lambda x^*x$$

Karena  $x \neq 0$ , maka  $x^*x > 0$  dan disimpulkan bahwa  $\lambda = \bar{\lambda}$ . Oleh karena itu,  $\lambda$  adalah bilangan real.

Teorema 3.1 memuat penjelasan tentang nilai eigen pada matriks simetri. Penjelasan mengenai vektor eigen termuat pada Teorema 3.2 berikut.

**Teorema 3.2.** Jika  $x_1$  dan  $x_2$  adalah vektor eigen real bersesuaian dengan 2 nilai eigen yang berbeda  $\lambda_1$  dan  $\lambda_2$  dari matriks simetri real. Maka  $x_1 \perp x_2$ .

**Bukti:** Kita punya  $Ax_1 = \lambda_1 x_1$  dan  $Ax_2 = \lambda_2 x_2$ . Maka  $x_2'Ax_1 = \lambda_1 x_2'x_1 \dots$  (1) dan  $x_1'Ax_2 = \lambda_2 x_1'x_2 \dots$  (2), dimana  $x_1'$  merupakan invers dari  $x_1$  dan  $x_2'$  merupakan invers dari  $x_2$ . Karena  $A$  simetri, kurangi persamaan (2) dengan persamaan (1) sehingga didapatkan  $(\lambda_1 - \lambda_2)x_1'x_2 = 0$ . Karena  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , dapat disimpulkan bahwa  $x_1'x_2 = 0$ .

**Teorema 3.3.** Misalkan  $A$  matriks simetri, terdapat matriks ortogonal  $P$  dan dan matriks diagonal real  $D$  sehingga berlaku  $P'AP = D$ . Entri diagonal dari  $D$  adalah nilai eigen dari  $A$  dan kolom dari  $P$  bersesuaian dengan vektor eigen.

**Bukti:** Akan dibuktikan dengan induksi. Jelas hasilnya benar untuk  $n = 1$ . Misalkan benar untuk semua  $(n - 1) \times (n - 1)$  matriks simetris real. Akan ditunjukkan  $A$  menjadi matriks simetris real  $n \times n$  dengan nilai eigen  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n$ . Biarkan  $x_1$  menjadi vektor eigen sesuai dengan  $\lambda_1$ . Karena  $A$  real dan  $\lambda_1$  nyata, kita dapat memilih  $x_1$  untuk menjadi nyata. Normalisasikan  $x_1$  sehingga  $x_1'x_1 = 1$ . Selanjutnya basis ortonormal dari  $\mathbb{R}^n$  adalah  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , andaikan

$$X = [x_1 : x_2 : \dots : x_n] = [x_2 : X_2]$$

Berdasarkan konstruksi ortogonal, maka  $X$  ortogonal, jadi  $X'X = XX' = I_n$ . Oleh karena itu,  $X_2'x_1 = 0$

dan

$$X'AX = \begin{bmatrix} x_1' \\ X_2' \end{bmatrix} A [x_1 : X_2] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_1 x_1'X_2 \\ \lambda_1 X_2'x_1 & X_2'AX_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0' \\ 0 & B \end{bmatrix}$$

dimana

$$B = X_2'AX_2.$$

Polinom karakteristik dari  $A$  sama dengan  $X'DX$ , yang berasal dari

$$pA^{(t)} = pX'AX^{(t)} = (t - \lambda_1) |tI - B| = (t - \lambda_1) pB^{(t)}$$

Oleh karena itu, nilai eigen dari  $B$  adalah  $\lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_{2n}$ . Karena  $B$  adalah  $(n - 1) \times (n - 1)$  matriks simetri nyata, berdasarkan hipotesis induksi terdapat  $(n - 1) \times (n - 1)$  matriks ortogonal  $S$  seperti berikut.

$$S'BS = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} = D_2$$

Misalkan  $U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & S \end{bmatrix}$ . Karena  $S$  adalah matriks ortogonal, dapat disimpulkan bahwa  $U$  juga merupakan matriks ortogonal. Dan karena membentuk dua matriks ortogonal maka, matriks ortogonal yang lain  $P = UX$  juga ortogonal, observasi

$$P'AP = X'U'AX = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0' \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} = D$$

**Contoh 3.1.** Dekomposisi spektral dari matriks  $A = \begin{bmatrix} 7 & -1 & -2 \\ -1 & 7 & 2 \\ -2 & 2 & 10 \end{bmatrix}$  dan ketunggalannya dapat diselesaikan sebagai berikut.

**Penyelesaian :**

Akan ditunjukkan bahwa persamaan karakteristik  $A$  adalah  $(\lambda - 12)(\lambda - 6)^2 = 0$  untuk  $\lambda = \lambda_1 = 12$ , diperoleh ruang eigen :

$$E_1 = \left( t \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right)$$

Basis  $E_1$  yang bernorma 1 adalah

$$\vec{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 1 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 2 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

untuk  $\lambda = \lambda_2 = \lambda_3 = 6$   
 diperoleh ruang eigen :

$$E_2 = \left( s \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mid s, t \in \mathbb{R} \right)$$

Dalam menentukan dekomposisi spektral bagi  $A$ , diperlukan vektor – vektor eigen yang saling tegak lurus dan bernorma 1. Dalam hal ini, Teorema 3.2 menjamin bahwa vektor – vektor eigen dalam  $E_1$

tegak lurus dengan vektor – vektor eigen dalam  $E_2$ . Langkah selanjutnya adalah menentukan vektor –

vektor dalam  $E_2$  yang saling tegak lurus.  $E_2$  dibangun oleh  $\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  dan  $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  sebagai vektor –

vektor basisnya. Untuk menentukan basis ortonormal bagi  $E_2$ . Kita dapat menerapkan proses Gram-Schmidt. Normalisasi  $\vec{v}$  menghasilkan salah satu vektor basis ortonormalnya, yaitu  $\vec{e}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix}$

proyeksi  $\vec{u}$  pada ruang vektor yang dibangun  $\vec{e}_2$  adalah  $(\vec{u} \cdot \vec{e}_2)\vec{e}_2 = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ , komponen  $\vec{u}$  yang

tegak lurus dengan proyeksi tersebut adalah:

$$\vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{e}_2)\vec{e}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Normalisasi vektor ini menghasilkan  $\vec{e}_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}$  vektor ini adalah vektor yang membangun ruang

eigen  $E_2$ , sehingga  $\{\vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  merupakan basis ortonormal bagi  $E_2$ . Jadi, dekomposisi spektral  $A$  adalah :

$$A = \lambda_1 \vec{e}_1 \vec{e}_1^T + \lambda_2 \vec{e}_2 \vec{e}_2^T + \lambda_3 \vec{e}_3 \vec{e}_3^T$$

$$A = \left( 12 \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \end{bmatrix} \right) + \left( 6 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \right) + \left( 6 \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix} \right)$$

Dekomposisi ini tidak tunggal. Terdapat tak berhingga basis yang mungkin bagi  $E_2$ .

Penerapan dari dekomposisi spektral adalah untuk menentukan delinasi dan distribusi resevoir dan analisis faciesnya pada lingkungan pengendapan laut dalam. Pada penerapan ini, metode dekomposisi spektral dikombinasikan dengan ekstraksi atribut seismik RMS. Adapun langkah yang dilakukan adalah dengan melakukan validasi seismik data dan validasi data sumur. Kemudian dilakukan pengikatan sumur dengan seismik dan *interpretation horizon*. Langkah selanjutnya adalah pengaplikasian dekomposisi spektral dan seismik atribut serta analisis facies reservoir [4].

Contoh lain penerapan dekomposisi spektral yang lain adalah untuk pemetaan batu pasir tipis minyak, meningkatkan resolusi data seismik pada lapisan tipis batubara, interpretasi paleogeografi sistem lakustrin – rift di sub – cekungan [5]. Beberapa aplikasi dari dekomposisi bisa dilihat di [6]–[12]

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Dekomposisi spektral adalah perkalian suatu matriks  $A$  dengan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks tersebut yang hasilnya akan sama dengan  $PDP^t$  dimana  $P$  merupakan matriks yang entrinya merupakan entri dari vektor eigen matriks  $A$  dan  $D$  merupakan matriks diagonal dari matriks  $A$ . Dekomposisi spektral dapat diterapkan dalam berbagai hal. Salah satunya adalah untuk menentukan delinasi dan distribusi resevoir dan analisis faciesnya pada lingkungan pengendapan laut dalam. Penerapan dekomposisi spektral telah dilakukan pada berbagai hal, untuk mempermudah dalam menerapkan dekomposisi spektral, diciptakan software untuk mengaplikasikan metode ini. Dengan menggunakan dekomposisi spektral, akan diperoleh hasil yang lebih baik karena perhitungan dengan dekomposisi spektral menggunakan matriks simetri.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] J. E. Gentle, *Matrix Algebra: Theory, Computations, and Applications in Statistics*. New York: Springer, 2007.
- [2] An. Safidah, “Analissi Dekomposisi Spektral,” UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM, Malang, 2014.
- [3] S. Banerjee and A. Roy, *Linear Algebra and Matrix Analysis for Statistics*. CRC Press, 2014.
- [4] N. A. Putri, D. D. Warnana, and P. H. Wijaya, “KARAKTERISASI RESERVOIR GAS BIOGENIK PADA LAPANGAN ‘TG’ DENGAN MENGGUNAKAN ATRIBUT INVERSI IA DAN DEKOMPOSISI SPEKTRAL,” *Jurnal Geosaintek*, vol. 2, no. 2, pp. 99–106, 2016.
- [5] I. S. Oktavianti, A. Haris, A. Riyanto, and R. I. Sebayang, “DEKOMPOSISI SPEKTRAL BERDASARKAN TRANSFORMASI WAVELET KONTINYU UNTUK PEMETAAN BATUPASIR GAS DI FORMASI TARAKAN, STUDI KASUS CEKUNGAN TARAKAN – KALIMANTAN UTARA,” in *Prosiding Seminar Nasional Fisika SNF2020*, 2020, no. 1, pp. 1–4. doi: 10.21009/03.SNF2020.
- [6] M. N. Husni, “Diagonalisasi Operator Linear,” *UJMC (Unisa Journal of Mathematics and Computer Science)*, vol. 8, no. 2, pp. 7–13, 2022.
- [7] I. G. A. W. Wardhana, “The Decomposition of a Finitely Generated Module over Some Special Ring,” *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, vol. 6, no. 2, pp. 261–267, 2022, doi: 10.31764/jtam.v6i2.6769.
- [8] I. G. A. W. Wardhana and F. Maulana, “Sebuah Karakteristik dari Modul Uniserial dan Gelanggang Uniserial,” vol. 7, pp. 9–17, 2021.
- [9] R. Juliana, I. G. W. W. Wardhana, and I. Irwansyah, “Some Characteristics of Prime Submodules of Gaussian Integer Modulo over Integer,” in *Proceeding International Conference on Science (ICST)*, 2020, pp. 209–213.
- [10] I. G. A. W. Wardhana and P. Astuti, “Karakteristik Submodul Prima Lemah dan Submodul Hampir Prima pada  $Z$ -Modul  $Z_n$ ,” *Jurnal Matematika & Sains*, vol. 19, no. 1, pp. 16–20, 2014.
- [11] W. U. Misuki, G. A. W. Wardhana, and N. W. Switrayni, “Some Characteristics of Prime Cyclic Ideal On Gaussian Integer Ring Modulo,” *IOP Conf Ser Mater Sci Eng*, vol. 1115, no. 1, p. 012084, 2021, doi: 10.1088/1757-899X/1115/1/012084.
- [12] I. G. A. W. Wardhana, N. D. H. Nghiem, N. W. Switrayni, and Q. Aini, “A note on almost prime submodule of CSM module over principal ideal domain,” *J Phys Conf Ser*, vol. 2106, no. 1, p. 012011, Nov. 2021, doi: 10.1088/1742-6596/2106/1/012011.

## **FORECASTING PLAFOND DENGAN TIME SERIES PADA KREDIT MULTIGUNA DI PT. BANK JATIM CABANG RSU DR. SOETOMO SURABAYA**

*Forecasting Ceiling with Time Series on Multipurpose Loans at PT. Bank Jatim at dr. Soetomo Surabaya*

Mahfudhotin<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Institut Agama Islam Negeri Kediri [mahfudhotin@iainkediri.ac.id]

<sup>a</sup>Corresponding Author

### **ABSTRAK**

Pinjam meminjam menjadi bagian penting dari roda pembangunan. Pembangunan ekonomi yang merupakan bagian dari pembangunan nasional adalah salah satu usaha demi tercapainya masyarakat yang adil dan makmur. Bank sebagai penyedia dana kredit bagi masyarakat tidak selalu berjalan lancar, ada kalanya debitur tidak memenuhi kewajiban sesuai dengan waktu yang disepakati (*wanprestasi*). Untuk meningkatkan pelayanan kepada nasabah yang merupakan PNS, Bank Jatim memberikan kredit multi-guna berjangka yang dapat digunakan sebagai biaya pendidikan, kredit kepemilikan rumah, pembelian kendaraan, keperluan konsumsi lainnya yang tidak bertentangan dengan hukum dan lain sebagainya. Metode penelitian yang digunakan menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dengan analisis *forecasting plafond kredit* menggunakan software minitab pada data PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya pada jumlah dana yang direalisasi tahun 2018-2021. Dengan menggunakan analisis time series atau deret waktu, para nasabah kredit multiguna pada tahun 2021 cenderung memilih jangka waktu 5 tahun untuk melunasi kreditnya.

**Kata kunci:** kredit, kredit multiguna, kredit macet, *time series*

### **ABSTRACT**

*Borrowing and borrowing is an important part of the wheel of development. Economic development which is part of national development is one of the efforts to achieve a just and prosperous society. Banks as providers of credit funds for the community do not always run smoothly, there are times when debtors do not fulfill their obligations in accordance with the agreed time (*wan-achievement*). To improve services to customers who are civil servants, Bank Jatim provides term multipurpose loans that can be used as education costs, home ownership loans, vehicle purchases, other consumption needs that are not against the law and so on. The research method used is a quantitative descriptive approach with forecasting credit ceiling analysis using minitab software on PT. Bank Jatim Branch RSU dr. Soetomo Surabaya on the amount of funds realized in 2018-2021. By using time series analysis, multipurpose credit customers in 2021 tend to choose a period of 5 years to pay off their loans.*

**Keywords:** credit, multipurpose credit, bad credit, *time series*

## 1. PENDAHULUAN

Untuk mengantisipasi perkembangan dan pertumbuhan dalam kegiatan perekonomian, PT. Bank Jatim mulai memperhatikan dan melakukan kemudahan dalam membantu memenuhi kebutuhan masyarakat. PT. Bank Jatim memperkenalkan salah satu produk dan jasanya yang diunggulkan yaitu Kredit Multiguna. PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya (selanjutnya disebut Bank Jatim) dalam peningkatan pelayanan kepada nasabah mengeluarkan produk kredit berupa kredit multiguna. Pengertian kredit Multiguna menurut PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya adalah "Pemberian kredit untuk segala keperluan selama tidak bertentangan dengan peraturan yang berlaku yang diberikan kepada anggota masyarakat yang mempunyai penghasilan tetap (*regular income*). Bank Jatim memberikan kredit multiguna berjangka yang dapat digunakan sebagai biaya pendidikan, kredit kepemilikan rumah, pembelian kendaraan, keperluan konsumsi lainnya yang tidak bertentangan dengan hukum dan lain sebagainya.

Kredit Multiguna dapat diberikan kepada anggota masyarakat yang mempunyai penghasilan tetap dengan prosedur dan persyaratan yang lebih sederhana. Pemohon kredit Multiguna tersebut adalah yang berstatus sebagai pegawai negeri, pegawai BUMN/ BUMD, anggota ABRI, pegawai perusahaan swasta yang telah *go public*, pegawai perusahaan multinasional, pegawai bank swasta nasional, anggota legislatif, pensiunan dan purnawirawan ABRI. Fasilitas kredit tersebut diberikan untuk segala keperluan selama tidak bertentangan dengan peraturan dan ketentuan umum yang berlaku dengan tetap mempertimbangkan persyaratan dan prinsip pemberian kredit yang sehat. Untuk pegawai ditetapkan syarat minimal masa kerja 2 tahun dengan prestasi kerja, yang dibutuhkan dengan rekomendasi dari atasan atau bagian personalia lembaga yang bersangkutan. Khusus pemohon dari pegawai dan pensiunan PT. Bank Jatim akan diatur tersendiri. Pencairan kredit ini akan dicairkan biasanya dalam jangka waktu dua hari sejak proses permohonan kredit yang dapat dilihat dari tanggal permohonan kredit Multiguna dilakukan. Hal ini dilakukan untuk memverifikasi keabsahan dari agunan kredit. Dalam tahap pencairan kredit ini, kegiatan utama administrasi dan dokumentasi kredit adalah membuka rekening pinjaman bagi applicant dan mempersiapkan instrumen-instrumen pencairan dengan teliti dan cermat. Sehingga setiap pencairan dapat terdokumentasi dengan baik agar dapat memenuhi persyaratannya aman, terarah, dan produktif. Semua pencairan harus sesuai dengan daftar pencairan agar tidak terjadi kelebihan/ kekurangan tarik uang yang tidak efisien.

PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya dalam setiap pencairan kredit harus terjamin pada satu azas yaitu aman (tidak menyulitkan bank). Cara pencairan yang telah disetujui oleh PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya dapat dilakukan dengan alat-alat dan cara yang ditentukan oleh bank antara lain pencairan dengan menarik cek/ bilyet giro, dengan kwitansi, dengan dokumen-dokumen lainnya yang oleh bank dapat diterima sebagai perintah pembayaran/ dengan pemindahbukuan atas beban rekening pinjaman nasabah yang dapat menjadi alat bukti pembukuan. Apabila diperlukan alat bukti untuk berkas perkreditan, maka akan dibuat duplikat atau foto copinya. Sebagai tanda bahwa kredit telah disetujui dan akan direalisasi paling lambat dua 2 hari setelah permohonan, maka pihak bank akan memberikan nota tanda terima kepada debitur/ nasabah.

Pada PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya terdapat proses verifikasi pencairan kredit yaitu setiap mutasi dan saldo yang terjadi pada rekening pinjaman harus diperiksa oleh pejabat yang ditunjuk pada saat itu. Verifikasi meliputi pencocokan dan keabsahan pencairan, jumlah serta persyaratan lainnya. Sebagai bukti verifikasi, pejabat tersebut harus membubuhkan tanda tangan pada saldo rekening pinjaman. Pencairan kredit yang diminta oleh debitur hanya dapat dilakukan bank setelah debitur yang bersangkutan memenuhi persyaratan dalam perjanjian kredit. Pencairan kredit atau pembayaran oleh bank dilakukan dengan berbagai cara. Ada yang langsung dikirimkan ke rekening debitur dan ada pula yang dialamatkan ke rekening perusahaan.

Analisis statistik yang digunakan untuk realita yang terjadi pada jenis kredit multiguna PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya adalah analisis time series atau analisis deret waktu. Analisis Time Series dikenalkan pada tahun 1970 oleh George E. P. Box dan Gwilym M Jenkins melalui bukunya Time Series Analysis : Forecasting and Control. Sejak saat itu, time series mulai banyak dikembangkan. Dasar pemikiran time series adalah pengamatan sekarang ( $z_t$ ) tergantung pada satu atau beberapa pengamatan sebelumnya ( $z_{t-k}$ ). Time Series menurut Cryer (2015) merupakan barisan suatu nilai pengamatan yang diukur dalam rentang waktu tertentu dalam interval waktu yang sama. Analisis data deret waktu sangat aplikatif dalam dunia bisnis guna meramalkan atau memprediksi nilai suatu perolehan data di

masa yang akan datang berdasarkan data-data masa lampau. Peramalan terhadap suatu data bisnis yang bersifat deret waktu dimanfaatkan untuk perencanaan dan proyeksi di masa yang mendatang. Suatu peramalan data deret waktu diperoleh dari analisis deret waktu dalam bentuk pemodelan data.

Pada dasarnya Kredit Multiguna tidak pernah mengalami kemacetan, atau bisa dikatakan bahwa tingkat kemacetan untuk jenis Kredit Multiguna adalah 0%. Hal ini dikarenakan adanya pemotongan langsung dari gaji sebesar jumlah angsuran per bulan ditambah biaya bunga yang telah dihitung berdasarkan rumus perhitungan plafond kredit oleh pihak bank melalui rekening debitur/ nasabah. Seandainya terjadi kredit macet dalam Kredit Multiguna ini, maka prosedur standar penanganannya adalah pihak bank akan melakukan klarifikasi terlebih dahulu kepada bendaharawan apa yang menyebabkan kredit tersebut mengalami kemacetan, selanjutnya akan dicari solusinya dengan pihak debitur yang bersangkutan. Dalam hal ini pihak bank tetap akan melakukan penagihan kepada debitur sejumlah angsuran per bulan ditambah bunga. Dengan demikian, analisis statistik untuk meramalkan *plafond kredit* multiguna PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya adalah analisis time series atau analisis deret waktu.

## 2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dengan analisis *forecasting plafond kredit* menggunakan software minitab pada data PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya pada jumlah dana yang direalisasi tahun 2018-2021. *Forecasting* atau peramalan adalah kegiatan memperkirakan apa yang terjadi pada masa yang akan datang berdasarkan data yang relevan pada masa lalu dan menempatkannya ke masa yang akan datang dengan suatu bentuk model matematis. Bisa juga merupakan prediksi intuisi yang bersifat subyektif, atau dengan menggunakan kombinasi model matematis yang disesuaikan dengan pertimbangan yang baik dari seorang manajer. Metode peramalan yang baik adalah yang memberikan hasil peramalan yang tidak berbeda dengan kenyataan yang terjadi. Data *time series* merupakan data yang dikumpulkan, dicatat atau diobservasi sepanjang waktu secara berurutan. Periode waktu observasi dapat berbentuk tahun, kuartal, bulan, minggu dan di beberapa kasus dapat juga hari atau jam. *time series* dianalisis untuk menemukan pola variasi masa lalu yang dapat dipergunakan untuk memperkirakan nilai masa depan dan membantu dalam manajemen operasi serta membuat perencanaan. Menganalisis *timeseries* berarti membagi data masa lalu menjadi komponen-komponen dan kemudian memproyeksikannya ke masa depan Analisis *time series* dipelajari karena dengan mengamati data *time series* akan terlihat empat komponen yang mempengaruhi suatu pola data masa lalu dan sekarang, yang cenderung berulang dimasa mendatang. Empat komponen pola deret waktu, antara lain:

1. *Trend*, yaitu komponen jangka panjang yang mendasari pertumbuhan (atau penurunan) suatu data runtut waktu. Merupakan pergerakan data sedikit demi sedikit meningkat atau menurun.
2. *Siklikal*, yaitu suatu pola dalam data yang terjadi setiap beberapa tahun. fluktuasi atau siklus dari data runtut waktu akibat perubahan kondisi ekonomi
3. Musiman (seasonal), yaitu pola data yang berulang pada kurun waktu tertentu. fluktuasi musiman yang sering dijumpai pada data kuartalan, bulanan atau mingguan.

Terdapat Tahapan-tahapan dalam melakukan analisis time series, antara lain:

### 1. Identifikasi model

Pada tahap ini, dipilih model tepat yang bias mewakili deret pengamatan. Identifikasi model dilakukan dengan membuat plot time series. Dengan plot time series akan didapat pola data dan trend deret pengamatan. Identifikasi model tidak hanya dilakukan dengan melihat plot data, tetapi harus pula disertai dengan pengetahuan mengenai data yang akan dianalisis. Berdasarkan plot data dan pengetahuan yang cukup mengenai data, model yang akan dibuat dapat menggunakan menggunakan parameter sesedikit mungkin. Prinsip ini disebut prinsip parsimoni dalam identifikasi data.

### 2. Taksiran model

Pada tahap taksiran model, dipilih taksiran model yang baik. Dalam hal ini, menaksir model dilakukan dengan metode kuadrat terkecil atau *maksimum likelihood*.

### 3. Diagnosis model

Model yang dibuat belum tentu sesuai dengan data yang dimiliki atau dengan asumsi dari model yang dibuat. Oleh karena itu, perlu dilakukan diagnosis model yang telah dibuat dengan menyesuaikan dengan hasil pengamatan.

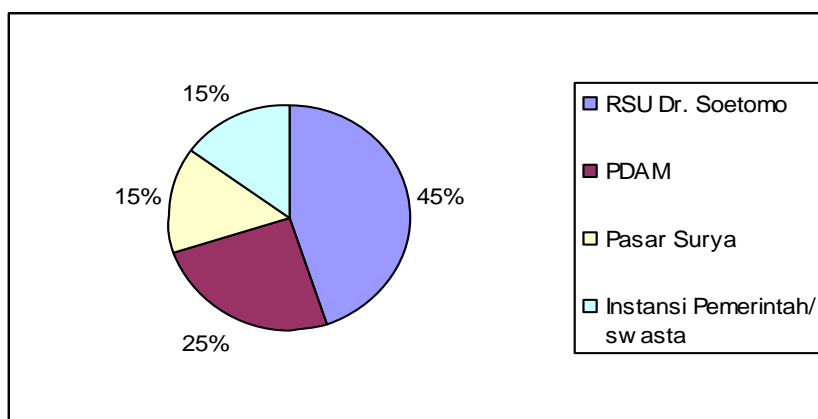
### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Selama ini, prospek pinjaman kredit Multiguna sangat bagus. Rata-rata jumlah debitur setiap bulannya berkisar antara 150 – 250 orang dari berbagai lembaga-lembaga/ perusahaan yang sudah menjalin kerjasama dengan PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya, antara lain RSU dr. Soetomo itu sendiri, PDAM Kota Surabaya, Pasar Surya, dan instansi-instansi pemerintah/ swasta lainnya (sekolah-sekolah negeri/ swasta, perguruan tinggi negeri/ swasta) Adapun jumlah debitur-debitur untuk tahun 2006 dapat dilihat pada gambar 3.2 (dari 2102 debitur). Banyaknya debitur yang berminat pada kredit Multiguna karena proses permohonannya yang sangat mudah, cepat dan efisien. Berikut adalah jumlah dana yang telah direalisasi dalam jenis Kredit Multiguna selama tiga (3) tahun oleh PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1** Jumlah Dana yang Direalisasi Tahun 2018-2021 (Dalam Ribuan)

Bulan	Tahun			
	2018	2019	2020	2021
Januari	Rp.1.297.400,16	Rp 2.165.703	Rp 3.649.400	Rp 4.06.133
Februari	Rp. 1.459.000	Rp 2.561.692	Rp 3.356.500	Rp 6.078.667
Maret	Rp. 2.374.500	Rp 2.394.450	Rp 4.449.600	Rp 5.018.250
April	Rp. 2.437.000	Rp 2.248.950	Rp 4.787.915	Rp 4.035.500
Mei	Rp. 2.442.900	Rp 2.014.500	Rp 3.952.059	Rp 4.553.750
Juni	Rp. 2.907.750	Rp 3.264.550	Rp 4.065.500	Rp 4.290.000
Juli	Rp. 3.345.500	Rp 2.470.500	Rp 2.745.350	Rp 3.398.500
Agustus	Rp. 3.393.250	Rp 3.232.900	Rp2 .289.750	Rp 3.566.250
September	Rp.3.554.982,45	Rp 2.021.750	Rp 2.194.250	Rp 4.008.000
Oktober	Rp. 3.181.825	Rp 2.700.500	Rp 2.812.150	Rp 1.886.500
November	Rp. 5.694.325	Rp 2.172.751	Rp 721.012	Rp 2.006.750
Desember	Rp. 1.562.700	Rp 4.715.182	Rp 2.716.500	Rp 3.299.787
<b>Total</b>	<b>Rp33.651.132,61</b>	<b>Rp31.963.428</b>	<b>Rp37.739.986</b>	<b>Rp46.205.087</b>

Sumber: PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo



**Gambar 1** Diagram Nasabah Kredit Multiguna PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya Tahun 2021

Selain itu jarang sekali terjadi masalah pada pinjaman kredit Multiguna ini karena debitur telah diasuransi jiwa oleh PT. BANK JATIM pada perusahaan asuransi Sarlina dan Perum Sarana. Risiko terjadi penunggakan pada pembayaran pun relatif kecil. Hal itu bisa saja terjadi jika gaji debitur melakukan *mark up* lebih besar oleh bendaharawan untuk mendapat plafond kredit yang lebih besar. Upaya yang dapat dilakukan untuk mengatasi masalah

tersebut yaitu pihak bank melakukan konfirmasi ke bendaharawan tentang data calon debitur mengenai jumlah plafond kredit yang diinginkan dan hal ini juga merupakan tanggung jawab lembaga tempat calon debitur dan bendaharawan bekerja. Meskipun begitu, pada saat bendaharawan memotong gaji debitur setiap bulannya, dia mendapat komisi sebesar 2,5% dari total pendapatan bunga dikurangi PPh sebesar 2,5%.

PT. Bank Jatim memberikan kemudahan dalam memberikan pinjaman kredit Multiguna. Proses permohonan sampai dengan pelunasan kredit Multiguna sangat mudah, cepat dan efisien. Tentunya hal ini dilakukan setelah melalui proses pengawasan dan pengamatan atas layak atau tidaknya calon debitur dan mampu atau tidaknya memenuhi kewajiban sebagai debitur. Di dalam pemberian pinjaman kredit Multiguna, PT. Bank Jatim menerapkan sistem kehati-hatian untuk meminimalkan risiko-risiko yang mungkin terjadi. Setiap pencairan kredit Multiguna yang dilakukan kepada debitur, PT. Bank Jatim selalu memperhatikan prinsip kredit perbankan yang paling pokok yaitu aman bagi bank dalam artian kredit tersebut tidak menyulitkan pihak bank.

### 3.1. Uji Kenormalan data

Sebelum melakukan pengolahan data dengan analisis time series, perlu dilakukan pengujian terhadap kenormalan datanya. Pada tabel 1 dilakukan pengujian data yang telah mengikuti distribusi normal dengan menggunakan software MINITAB 13 sehingga diperoleh plot sebagai berikut :

Hipotesis

$H_0$  : data berdistribusi normal

$H_1$  : data tidak berdistribusi normal

Statistik Uji:

$$\varphi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \rightarrow (1 - B)^d \quad (1)$$

Daerah penolakan

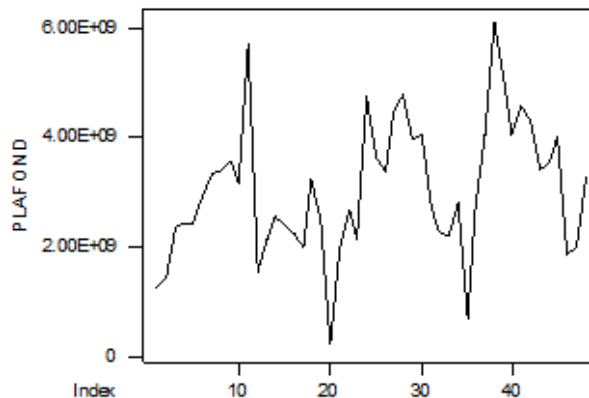
p-value < 0,05

Kesimpulan:

Pada output terlihat bahwa p-value > 0,15 > 0,05  $\rightarrow$  terima  $H_0$ . jadi data tersebut berdistribusi normal.

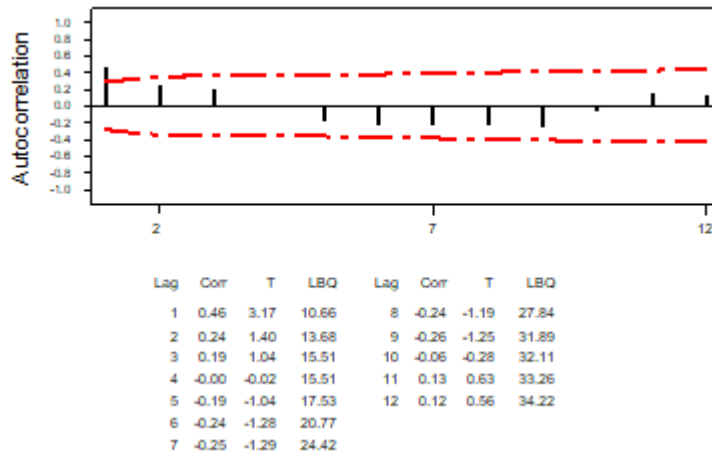
### 3.2. Peramalan Data dengan *Time Series*

Membuat plot data (data Tabel 1)



**Gambar 2** Plot *Time Series* dari Jumlah Dana yang Direalisasikan Tiap Bulan Tahun 2018- 2021

Berdasarkan Gambar 2 dapat ditunjukkan bentuk plot time series dari plot data. Sumbu  $x$  mewakili waktu dan sumbu  $y$  mewakili besarnya dana yang direalisasikan. Gambar tersebut mengindikasikan pola musiman karena tidak ada pola yang teratur dari waktu ke waktu. Setelah membuat plot, langkah selanjutnya adalah menghitung ACF dan PACF dari data dan membuat plotnya. *Autocorrelation Function* untuk dana yang direalisasikan dapat dilihat pada Gambar 3



**Gambar 3** Autocorrelation Function (ACF) Jumlah Dana yang Direalisasi Tahun 2018-2021

Pada Gambar 3 menunjukkan ACF yang mempunyai 12 lag. Ini berarti banyaknya lag menggambarkan data musiman, maka secara otomatis akan menampilkan lag sebanyak  $n/4$  untuk pengamatan ( $n \leq 240$ ). Dalam kasus digunakan  $\alpha = 5\%$ . Pada tabel distribusi normal  $Z_{0,05} = 1,645$  dengan digunakan uji hipotesis untuk mendeteksi korelasi pada lag ke  $z_t$  dengan  $z_{t-k}$  ( $k$  adalah lag) dengan hipotesis :

$$H_0 : \rho_k = 0 \text{ ( antara } z_t \text{ dengan } z_{t-k} \text{ tidak ada korelasi)}$$

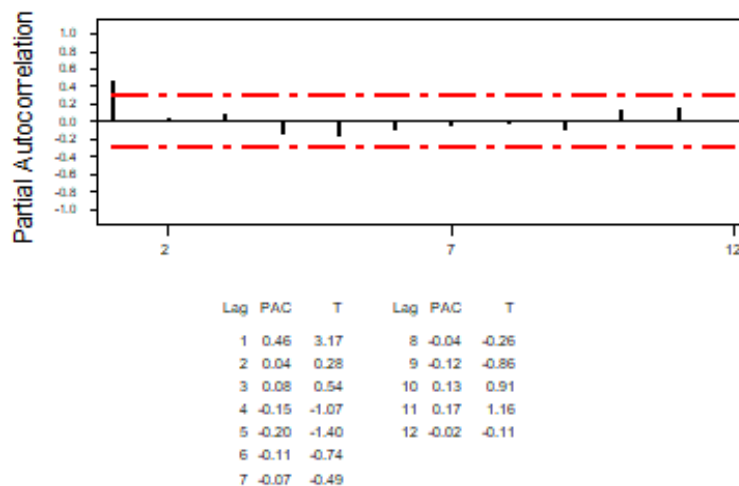
$$H_1 : \rho_k \neq 0 \text{ ( antara } z_t \text{ dengan } z_{t-k} \text{ ada korelasi)}$$

serta daerah Penolakan

$$T > Z_{0,05}$$

Tolak hipotesis awal apabila nilai statistic T pada lag ke  $k$  melebihi statistic  $Z_{0,05} = 1,645$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada lag 1 bernilai 3,17 melebihi  $Z_{0,05} = 1,645$  menunjukkan lokasi statistik T jatuh pada daerah penolakan. Ini berarti pada lag 1 atau antara  $z_t$  dengan  $z_{t-1}$  secara statistik ada korelasi ( $\rho_k \neq 0$ ) cukup berarti. Selain di lag 1, korelasinya secara statistik tidak berarti ( $\rho_k = 0$ ). Dapat dilihat pula dalam *output* grafik ACF yang menunjukkan korelasinya pada lag 1 melewati garis merah. Dalam hal ini garis merah adalah selang kepercayaan yang merupakan garis batas signifikansi autokorelasi. Kemudian, *output* menunjukkan bahwa nilai-nilai autokorelasi membentuk pola yang turun eksponensial pada nilai autokorelasi positif. Pola ini dapat dijadikan petunjuk awal mendeteksi model *time series*. Untuk mengidentifikasi model *time series*, tidak cukup hanya dengan melihat dari ACF, tapi juga perlu menghitung PACF. Selanjutnya, *Partial Autocorrelation Function* untuk dana yang direalisasikan dapat dilihat pada Gambar 4.



**Gambar 4** Partial Autocorrelation Function (PACF) Jumlah Dana yang Direalisasi Tahun 2018-2021

Nilai Partial Autokorelasi sampel lag k dirumuskan sebagai :

$$\varphi_{kk} = \text{corr}(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}) \quad (2)$$

Nilai  $\phi_{kk}$  dapat ditentukan dari persamaan Yule Walker sbb :

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{k(k-1)}\rho_{j-k+1} + \phi_{kk}\rho_{j-k}, j = 1, 2, \dots, k \quad (3)$$

Atau dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Dengan menggunakan *Cramer's rule* penyelesaian untuk  $k = 1, 2, \dots$ , berturut-turut didapatkan :

$$\phi_{11} = \rho_1, \text{ untuk } k = 1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}, \text{ untuk } k = 2 \quad (5)$$

sehingga

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (6)$$

Secara matematis dapat diformulasikan dalam bentuk formulasi Durbin (1960) sbb :

$$\varphi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_{k-1,j} \rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \varphi_{k-1,j} \rho_j} \text{ dengan } \phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-j} \text{ untuk } j = 1, 2, \dots, k-1 \quad (7)$$

Sedang taksiran kesalahan baku dari  $r_{kk}$  adalah

$$s_{\varphi_{kk}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (8)$$

PACF pada Gambar 4 menunjukkan bahwa setelah lag 1, PACF turun. Disamping itu, pada lag 1, PACF tampak keluar dari selang kepercayaan. Jika dilihat kembali, jika ACF turun eksponensial dan PACF turun setelah lag 1, itu berarti ada indikasi bahwa model *time series* tersebut adalah model *autoregressive* berorde 1 atau AR(1).

Berdasarkan tahap identifikasi data sebelumnya, dapat diketahui perkiraan model *time series* adalah model AR(1). Kini, akan ditaksir parameter (koefisien) model dengan menggunakan minitab, seperti berikut:

**ARIMA Model: PLAFOND**

ARIMA model for PLAFOND

Estimates at each iteration

```

Iteration      SSE      Parameters
  0             *      0.100
  1             *      0.105
  2             *      0.107
  3             *      0.108
  4             *      0.108
  5             *      0.109
  6             *      0.109
  
```

Relative change in each estimate less than 0.0010

```

Final Estimates of Parameters
Type      Coef      SE Coef      T      P
AR 1      0.1086    0.1328      0.82    0.418
  
```

```

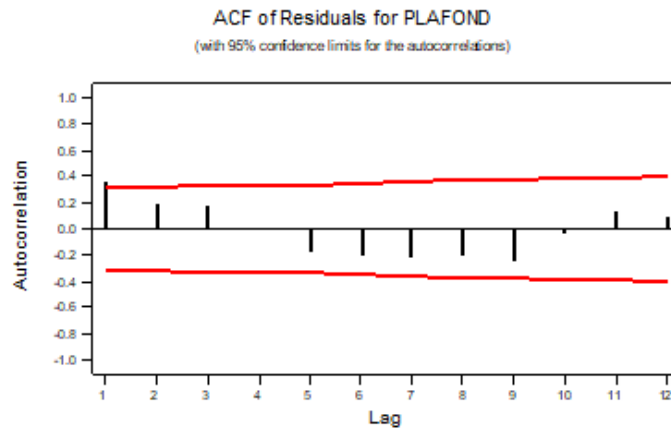
Number of observations: 48
Residuals:  SS = * (backforecasts excluded)
            MS = * DF = 47
  
```

```

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic
Lag      12      24      36      48
Chi-Square 25.8  47.4  68.7  *
DF        11      23      35      *
P-Value   0.007  0.002  0.001  *
  
```

Forecasts from period 43

Period	Forecast	95 Percent Limits		Actual
		Lower	Upper	
44	369206768	-5490716434	6229129971	3566250000
45	40109942	-5854291963	5934511847	4008000000
46	4357470	-5890450157	5899165097	1886500000
47	473388	-5894339027	5895285802	2006750000
48	51428	-5894761044	5894863899	3299787000
49	5587	-5894806885	5894818059	
50	607	-5894811865	5894813079	
51	66	-5894812406	5894812538	
52	7	-5894812465	5894812479	
53	1	-5894812471	5894812473	



**Gambar 5 Model ARIMA**

Pengujian parameter *autoregressive*(  $\theta$  ).

Hipotesis:

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_1 : \theta \neq 0$$

Daerah Penolakan dengan  $p\text{-value} < \alpha$

Interpretasi Hasil:

Level toleransi ( $\alpha$ ) yang digunakan adalah 5%. Berdasarkan tabel taksiran parameter, hasil pengolahan data yang ditunjukkan statistik T untuk parameter AR(1) atau  $\theta$  adalah 0,82 yang menyebabkan  $p\text{-value} = 0,418$ . berdasarkan informasi tersebut maka dapat disimpulkan bahwa dalam model AR(1), parameter  $\theta$  tidak cukup signifikan. Jadi tidak dapat ditentukan persamaan modelnya sehingga data tersebut tidak bisa diramal

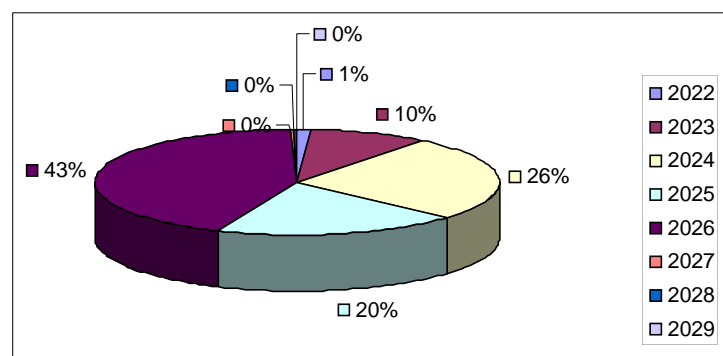
### 3.3. Deskriptif Data tentang Jangka Waktu Pelunasan Kredit Jumlah Nasabah yang Melakukan Kredit pada tahun 2021

Jumlah nasabah pada tahun 2021 ternyata cenderung melunasi kreditnya pada tahun 2026. Hal ini menggambarkan bahwa nasabah kredit banyak yang memilih jangka waktu 5 tahun untuk melunasinya.

**Tabel 2** Jumlah Nasabah yang Melunasi Kreditnya dalam Jangka Waktu Tertentu (Realisasi Kredit Terjadi Pada Tahun 2021)

Tahun Pelunasan	Jumlah Nasabah
2022	22
2023	203
2024	548
2025	421
2026	913
2027	4
2028	3
2029	2

Berdasarkan Tabel 2 dapat diperoleh informasi yang sama dengan diagram sebagai berikut:



**Gambar 6** Diagram Jangka waktu pelunasan dengan banyaknya nasabah yang melakukan kredit di tahun 2021

Berdasarkan Gambar 6 dapat dilihat diagram yang menunjukkan bahwa nasabah paling banyak memilih jangka waktu 5 tahun untuk melunasi kreditnya dengan prosentase 43 %.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Untuk menunjang keberhasilan proses pemberian kredit, diperlukan adanya dasar kebijakan operasional yang memadai dan tersedianya Sumber Daya Manusia (SDM) yang profesional. Dalam pelaksanaan pengelolaan kredit sebaiknya memperhatikan dua aspek sekaligus yaitu pemberian pelayanan yang baik dan profesional kepada nasabah, dan penilaian batas resiko yang wajar dan dapat dikendalikan oleh bank. Sistem pengelolaan yang telah ditetapkan ini dimaksudkan untuk dapat menjawab tantangan di era regulasi di bidang perbankan untuk saat ini maupun di masa yang akan datang. PT. Bank Jatim Cabang RSU dr. Soetomo Surabaya menawarkan produk unggulannya yaitu Kredit Multiguna. Dengan menggunakan analisis time series atau deret waktu, para nasabah kredit multiguna pada tahun 2021 cenderung memilih jangka waktu 5 tahun untuk melunasi kreditnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Andalita, I., & Irhamah. Peramalan jumlah penumpang kereta api kelas ekonomi kertajaya menggunakan ARIMA dan ANFIS. Jurnal Sains dan Seni ITS. 2015
- [2] Cryer, Jonathan D. Time Series Analysis. Boston : Duxbury Press. 1986
- [3] Desvina, A. P. "Penerapan Metode Box Jenkins untuk Memprediksi Jumlah Mahasiswa Universitas Islam Negeri SUSKA Riau". Jurnal Sains, Teknologi dan Industri. Vol. 12, No. 1, ISSN 2460-4542. 2014.
- [4] Handoko, Rudi. "Model Proyeksi Harga Minyak Mentah Indonesia (ICP) Bulanan dengan Metode ARIMA". Jurnal Kajian Ekonomi dan Keuangan. Vol. 18, No.1, ISSN 1410-3249. 2014.



- 
- [5] Harahap, Putra R. M., dan Agus Suharsono. "Analisis Peramalan Penjualan Sepeda Motor di Kabupaten Ngawi dengan ARIMA dan ARIMAX". *Jurnal Sains Dan Seni POMITS*. Vol. 3, No.2, 2337-3520 (2301-928X Print). 2014.
- [6] Hermawan, N. Aplikasi model recurrent neural network dan recurrent neuro fuzzy untuk peramalan banyaknya penumpang kereta api JABODETABEK. Tugas Akhir Skripsi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. 2014
- [7] Iqbalullah, J., dan Wiwiek Setya Winahju. "Penumpang Pesawat Terbang di Pintu Kedatangan Bandar Udara Internasional Lombok dengan Metode ARIMA Box-Jenkins, ARIMAX, dan Regresi Time Series". *Jurnal Sains dan Seni POMITS*. Vol. 3, No. 2 ) ISSN: 2337-3539 (2301-9271 Print). 2014.
- [8] Kurniawan, T., dkk. "Penerapan Metode Filter Kalman Dalam Perbaikan Hasil Prediksi Cuaca Dengan Metode ARIMA". *Jurnal Sains dan Seni POMITS*. Vol. 3, No. 2, ISSN: 2337-3539 (2301-9271 Print). 2014.
- [9] Prasad, dkk. "A Study on Software Metrics based Software Defect Prediction using Data Mining and Machine Learning Techniques". *International Journal of Database Theory and Application*. Vol.8, No. 3. 2015.
- [10] Riau, P. U. "Panduan Perpustakaan UIN SUSKA Riau." Perpustakaan UIN SUSKA Riau, Pekanbaru. 2014.
- [11] Ruslan, M. "Peramalan Jumlah Penduduk Provinsi Kalimantan Menggunakan Metode Semi Average". *Indonesian Jurnal Engineering*. Volume 2, ISSN 2461-0690. 2016.
- [12] Song, Xin, dkk. "Time Series Analysis of Influenza Incidence in Chinese Provinces from 2004 to 2011". *Medicine Journal (Baltimore)*. Volume 95(26). 2016.
- [13] Triyanti. Pemodelan fuzzy dengan dekomposisi nilai singular dan aplikasi untuk diagnosis kanker serviks. Tugas Akhir Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta. 2016
- [14] Ukhra, Annisa Ul. "Pemodelan dan Peramalan Data Deret Waktu Dengan Metode Seasonal ARIMA". *Jurnal Matematika UNAND*. Vol. 3 No. 3, ISSN: 2303-2910. 2014

## PREDIKSI BENCANA BANJIR DENGAN MENGGUNAKAN *SINGLE MOVING AVERAGE* DI PROVINSI KEPULAUAN BANGKA BELITUNG

### *Flood Disaster Prediction Using Single Moving Average in the Province of Bangka Belitung Island*

Dhiti Wahyuni<sup>1,a</sup>, Zus Oktriani<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universitas Bangka Belitung [Email: ditipkp1504@gmail.com]

<sup>2</sup>Universitas Bangka Belitung [Email: zusoktriani38565@gmail.com]

<sup>a</sup>ditipkp1504@gmail.com

#### ABSTRAK

Provinsi Kepulauan Bangka Belitung merupakan provinsi yang memiliki kekayaan alam yang berlimpah. Selain memiliki kekayaan alam yang berlimpah, Provinsi Kepulauan Bangka Belitung memiliki wilayah rawan bencana. Salah satu bencana yang sering terjadi di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah bencana banjir. Tercatat selama tahun 2021, sebanyak 75 kali bencana banjir melanda Provinsi Kepulauan Bangka Belitung. Oleh karena itu diperlukan sebuah penelitian yang dimaksudkan untuk mengetahui prediksi bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung kedepannya. Metode analisis yang digunakan pada penelitian ini adalah metode *Single Moving Average*. Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yang didapatkan dari website Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB) dari tahun 2011 sampai dengan tahun 2022. Berdasarkan hasil penelitian, metode *Single Moving Average* yang cocok digunakan untuk memprediksi bencana banjir adalah *Single Moving Average* dengan rata-rata bergerak 3 bulan. Berdasarkan model tersebut diperoleh jumlah bencana banjir pada tahun 2023 sebanyak 30 kali dengan nilai *Mean Absolute Error* sebesar 12,7037 dan nilai *Mean Square Error* sebesar 542,2593.

**Kata kunci:**Banjir, Prediksi, *Single Moving Average*

#### ABSTRACT

*Bangka Belitung is a province that has abundant natural wealth. In addition to having abundant natural wealth, the Bangka Belitung Province has disaster-prone areas. One of the disasters that often occurs in Bangka Belitung Province is a flood disaster. During 2021, as many as 75 floods have hit Bangka Belitung Province. Therefore we need a study that is intended to determine the prediction of floods in the Bangka Belitung Province in the future. The analytical method used in this study is the Single Moving Average method. The data used in this study is secondary data obtained from the website Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB) from 2011 to 2022. Based on the research results, the Single Moving Average method that is suitable for predicting flood disasters is the Single Moving Average with an average 3 month moving average. Based on this model, it is obtained that the number of floods in 2023 is 30 times with a Mean Absolute Error value of 12,7037 and a Mean Square Error value of 542,2593.*

**Keywords:** Flood, Predict, *Single Moving Average*

#### 1. PENDAHULUAN

Provinsi Kepulauan Bangka Belitung merupakan salah satu Provinsi di Indonesia yang terdiri dari dua pulau utama yaitu Pulau Bangka dan Pulau Belitung. Provinsi Kepulauan Bangka Belitung merupakan Provinsi yang terkenal dengan keindahan dan kekayaan alamnya, salah satunya dikenal sebagai provinsi penghasil timah.

Selain keindahan dan kekayaan alam yang dimiliki, Provinsi Kepulauan Bangka Belitung ini juga memiliki wilayah rawan bencana. Menurut hasil perhitungan indeks risiko bencana tahun 2021, menunjukkan bahwa Provinsi Kepulauan Bangka Belitung merupakan salah satu Provinsi di Indonesia dengan tingkat risiko bencana tinggi dengan skor 160,84 [1]. Salah satu bencana yang sering terjadi di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah bencana banjir. Tercatat pada tahun 2021, bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung terjadi sebanyak 75 kali [2]. Hal ini merupakan permasalahan yang harus diselesaikan, mengingat bencana banjir ini tentunya akan menimbulkan kerugian yang besar baik berupa korban jiwa maupun materi.

Ketika bencana banjir datang tanpa peringatan, maka akan banyak kerugian yang terjadi. Hal ini menjadikannya masalah yang harus diselesaikan dengan melakukan prediksi sehingga dapat dilakukan penanggulangan sejak dini agar dapat meminimalisir kerugian yang terjadi. Untuk melihat hal tersebut diperlukan formula atau model prediksi sebagai pengetahuan baru yang dapat mengurangi atau mencegah terjadinya bencana banjir sejak dini [3]. Hal ini dapat dilakukan dengan melibatkan

pengambilan data historis dan memproyeksikannya ke masa mendatang dengan suatu bentuk model matematis [4].

Oleh karena itu, diperlukan suatu metode prediksi untuk mengetahui jumlah bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung kedepannya dengan menggunakan metode *Moving Average* yang merupakan salah satu metode untuk perhitungan data *time series*. Data *time series* sendiri yaitu sekumpulan data pada satu periode waktu tertentu [5]. Metode *Moving Average* ini digunakan untuk menghitung rata-rata bencana banjir pada periode tertentu yang akan terus dihitung berdasarkan pergerakan data, metode ini sangat efektif, mudah dan lebih efisien proses perhitungannya, karena sistem perhitungannya tidak memerlukan pembobotan pada setiap data [6].

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi kepada masyarakat dan pihak terkait sebagai indikator untuk mengantisipasi, mencegah dan mengurangi dampak bencana banjir serta dapat meningkatkan kesadaran pemahaman terutama pada penduduk di daerah rawan bencana banjir.

## 2. METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini digunakan jenis data kuantitatif dan bersumber dari data sekunder. Adapun data yang digunakan adalah data jumlah terjadinya bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung yang diambil dari tahun 2011 sampai 2022. Data tersebut didapatkan pada *website* Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB). Adapun metode analisis yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis deret waktu (*Time Series Analysis*) dengan menggunakan metode *Single Moving Average* dengan rata-rata bergerak 3 bulan, 5 bulan, dan 7 bulan. Prinsip analisis *time series* adalah data yang didapat dari data historis sebelumnya kemudian disusun dan dilakukan pengolahan data dengan menggunakan metode peramalan dalam memprediksi bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung.

### 2.1 Model Time Series (Deret Waktu)

Analisis deret waktu dikenalkan oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins pada tahun 1970 melalui bukunya *Time Series Analysis : forecasting and control*. Time series adalah suatu deret data yang dikumpulkan berdasarkan urutan waktu dengan interval yang sama [7]. Analisis deret waktu termasuk prosedur statistika yang digunakan untuk meramalkan keadaan yang akan terjadi di masa mendatang dalam pengambilan keputusan [8]. Analisis *time series* yaitu analisis terhadap pengamatan, pencatatan dan penyusunan peristiwa yang di ambil berdasarkan jangka waktu tertentu [9].

Tipe data *time series* dibagi menjadi beberapa jenis, yaitu [10]:

- Pola siklus adalah perubahan naik atau turun, pola ini berubah dan bervariasi dari satu siklus ke siklus berikutnya.
- Pola *random* adalah pola acak yang sulit digambarkan, pola acak ini disebabkan oleh peristiwa yang tak terduga.
- Pola *trend* mempunyai kecenderungan tertentu dalam pola data, baik yang arahnya meningkat ataupun menurun dari waktu ke waktu. Teknik yang digunakan biasanya Teknik yang menggunakan data masa lalu untuk mendapatkan pola kecenderungan.
- Pola musiman menunjukkan suatu gerakan yang berulang dari satu periode ke periode berikutnya secara teratur. Pola ini dapat ditunjukkan oleh data yang dikelompokkan secara mingguan, bulanan.

### 2.2 Single Moving Average (Rata-Rata Bergerak)

Metode rata-rata bergerak tunggal dengan sejumlah data aktual permintaan yang baru untuk membangkitkan nilai ramalan untuk permintaan di masa mendatang. Metode ini mempunyai 2 sifat khusus yaitu memerlukan data historis dalam jangka waktu tertentu untuk membuat *forecast*, semakin Panjang *Moving Average* akan menghasilkan *Moving Average* yang lebih halus [11]. Secara umum rumus *Single Moving Average* adalah:

$$F_{t+1} = \frac{x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-n+1}}{n} \quad (1)$$

Dimana

$F_{t+1}$  = peramalan untuk periode  $t + 1$

$x_t$  = data aktual pada periode  $t$

$n$  = banyaknya periode dalam rata-rata bergerak.

### 2.3 Mean Absolute Error (MAE)

Mean Absolute Error (MAE) adalah rata-rata nilai *absolute error* dari kesalahan meramal, MAE dihitung dengan persamaan (2) [12].

$$MAE = \frac{\sum |X_t - F_t|}{n} \quad (2)$$

### 2.4 Mean Square Error (MSE)

Mean Squared Error (MSE) adalah rata-rata dari kesalahan peramalan yang dikuadratkan, MSE dihitung dengan menggunakan persamaan (3) [12].

$$MSE = \frac{\sum (X_t - F_t)^2}{n} \quad (3)$$

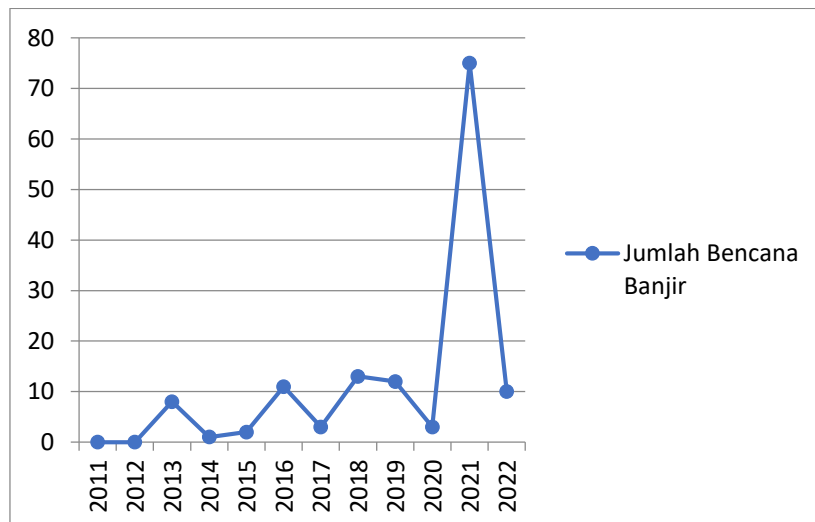
### 2.5 Model Prediksi Terbaik

Setelah dilakukan prediksi dengan menggunakan suatu metode peramalan, penting untuk mengevaluasi keakuratan hasil peramalan [13]. Model *Single Moving Average* yang digunakan dalam memprediksi jumlah bencana banjir akan ditentukan berdasarkan model yang memiliki nilai MSE dan MAE terkecil. Sehingga akan diperoleh model *Single Moving Average* terbaik.

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 3.1 Data Bencana Banjir dari Tahun 2011 sampai tahun 2022

Adapun jumlah bencana banjir dari tahun 2011 sampai dengan tahun 2022 cenderung bersifat fluktuatif (lihat Gambar 1).



Gambar 1. Plot Jumlah Bencana Banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung dari 2011-2022

### 3.2 Perhitungan Peramalan dengan *Single Moving Average* (Rata-Rata Bergerak 3 Periode)

Untuk penerapan metode *Single Moving Average* dilakukan perhitungan peramalan dari data jumlah bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung untuk tahun 2023 dengan metode *Single Moving Average* 3 periode. Berikut adalah contoh perhitungan ramalan jumlah bencana banjir:

$$F_{2014} = \frac{0+0+8}{3} = 2,666666667$$

Untuk perhitungan peramalan bulan selanjutnya dapat dilihat dalam Tabel 1.

**Tabel 1** Hasil Peramalan *Single Moving Average* 3 Periode

Tahun	Jumlah Banjir ( $X_t$ )	Forecast ( $F_t$ )	Error ( $X_t - F_t$ )	$ X_t - F_t $	$(X_t - F_t)^2$
2011	0	-	-	-	-
2012	0	-	-	-	-
2013	8	-	-	-	-
2014	1	2,6667	-1,6667	1,6667	2,7778
2015	2	3	-1	1	1
2016	11	3,6667	7,3333	7,3333	53,7778
2017	3	4,6667	-1,6667	1,6667	2,7778
2018	13	5,3333	7,6667	7,6667	58,7778
2019	12	9	3	3	9
2020	3	9,3333	-6,3333	6,3333	40,1111
2021	75	9,3333	65,6667	65,6667	4312,1111
2022	10	30	-20	20	400
2023		29,3333		$\sum = 114,3333$	$\sum = 4880,3333$

$$MAE = \frac{114,3333}{9} = 12,7037$$

$$MSE = \frac{4880,3333}{9} = 542,2593$$

**3.3 Perhitungan Peramalan dengan *Single Moving Average* (Rata-Rata Bergerak 5 Periode)**

Untuk penerapan metode *Single Moving Average* dilakukan perhitungan peramalan dari data jumlah bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung untuk tahun 2023 dengan metode *Single Moving Average* 5 periode. Berikut adalah contoh perhitungan ramalan jumlah bencana banjir:

$$F_{2014} = \frac{0+0+8+1+2}{5} = 2,2$$

Untuk perhitungan peramalan bulan selanjutnya dapat dilihat dalam Tabel 2.

**Tabel 2** Hasil Peramalan *Single Moving Average* 5 Periode

Tahun	Jumlah Banjir ( $X_t$ )	Forecast ( $F_t$ )	Error ( $X_t - F_t$ )	$ X_t - F_t $	$(X_t - F_t)^2$
2011	0	-	-	-	-
2012	0	-	-	-	-
2013	8	-	-	-	-
2014	1	-	-	-	-
2015	2	-	-	-	-
2016	11	2,2	8,8	8,8	77,44
2017	3	4,4	-1,4	1,4	1,96
2018	13	5	8	8	64
2019	12	30	-18	18	324
2020	3	8,2	-5,2	5,2	27,04
2021	75	8,4	66,6	66,6	4435,56
2022	10	21,2	-11,2	11,2	125,44
2023		22,6		$\sum = 119,2$	$\sum = 5055,44$

$$MAE = \frac{119,2}{7} = 17,02857$$

$$MSE = \frac{5055,44}{7} = 722,2057$$

### 3.4 Perhitungan Peramalan dengan *Single Moving Average* (Rata-Rata Bergerak 7 Periode)

Untuk penerapan metode *Single Moving Average* dilakukan perhitungan peramalan dari data jumlah bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung untuk tahun 2023 dengan metode *Single Moving Average* 7 periode. Berikut adalah contoh perhitungan ramalan jumlah bencana banjir:

$$F_{2014} = \frac{0+0+8+1+2+11+3}{7} = 3,5714$$

Untuk perhitungan peramalan bulan selanjutnya dapat dilihat dalam Tabel 3.

**Tabel 3** Hasil Peramalan *Single Moving Average* 7 Periode

Tahun	Jumlah Banjir ( $X_t$ )	Forecast( $F_t$ )	Error( $X_t - F_t$ )	$ X_t - F_t $	$(X_t - F_t)^2$
2011	0	-	-	-	-
2012	0	-	-	-	-
2013	8	-	-	-	-
2014	1	-	-	-	-
2015	2	-	-	-	-
2016	11	-	-	-	-
2017	3	-	-	-	-
2018	13	3,5714	9,4286	9,4286	88,8980
2019	12	5,4286	6,5714	6,5714	43,1837
2020	3	7,1429	-4,1429	4,1429	17,1633
2021	75	6,4286	68,5714	68,5714	4702,0408
2022	10	17	-7	7	49
2023		18,1429		$\sum = 95,7143$	$\sum = 4900,2857$

$$MAE = \frac{95,7143}{5} = 19,1429$$

$$MSE = \frac{4900,2857}{5} = 980,0571$$

### 3.5 Metode Terbaik

**Tabel 4** Perbandingan Metode *Single Moving Average* 3 Periode, 5 Periode, dan 7 Periode

Metode	MAE	MSE	Forecasting Tahun 2023
<i>Single Moving Average</i> 3 Periode	12,7037	542,2593	29,3333
<i>Single Moving Average</i> 5 Periode	17,02857	722,2057	22,6
<i>Single Moving Average</i> 7 Periode	19,1429	980,0571	18,1429

Berdasarkan nilai MAE dan nilai MSE terkecil diperoleh metode terbaik untuk memprediksi bencana banjir tahun 2023 di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah metode *Single Moving Average* dengan rata-rata bergerak 3 periode. Dimana nilai MAE dan MSE yang diperoleh berturut-turut sebesar 12,7037 dan 542,2593.

## 4. KESIMPULAN DAN SARAN

### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan data dari tahun 2011 sampai 2022 diketahui jumlah bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung cenderung fluktuatif. Model yang cocok digunakan untuk memprediksi jumlah

bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah model *Single Moving Average* dengan rata-rata bergerak 3 bulan dengan nilai MAE sebesar 12,7073 dan nilai MSE sebesar 542,2593. Sesuai dengan hasil prediksi menggunakan *Single Moving Average* dengan rata-rata bergerak 3 bulan, pada tahun 2023 diprediksi bencana banjir terjadi sebanyak 30 kali.

#### 4.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya sebaiknya dilakukan penambahan jumlah sampel penelitian dengan memperpanjang periode penelitian, dan menambahkan beberapa metode-metode prediksi lainnya yang disesuaikan dengan pola data. Sehingga dapat menjawab metode mana yang terbaik dalam memprediksi bencana banjir di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung.

#### 5. UCAPAN TERIMAKASIH

Terimakasih kepada Universitas Bangka Belitung dan seluruh pihak yang sudah membantu dalam penulisan artikel ini.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Badan Nasional Penanggulangan Bencana, "Indeks Risiko Bencana Indonesia," 2021.
- [2] "Data Informasi Bencana Indonesia," *Badan Nasional Penanggulangan Bencana*, 2022. [dibi.bnppb.go.id](http://dibi.bnppb.go.id) (accessed Jan. 11, 2023).
- [3] N. Hidayati, P. T. Pungkasanti, and N. Wakhidah, "Prediksi Bencana Alam di Kota Semarang Menggunakan Algoritma Markov Chain," *J. Sains dan Inform.*, vol. 7, no. 1, 2021.
- [4] Y. R. Amanda, Mumtazah N. 'Aini, M. Miyoze, and D. O. W. Nugroho, "Prediksi Gempa Bumi di Indonesia Menggunakan R-Shiny," *J. SAINS DAN SENI ITS*, vol. 11, no. 3, pp. 2337–3520, 2022.
- [5] R. Rachman, "Penerapan Metode Moving Average Dan Exponential Smoothing Pada Peramalan Produksi Industri Garment," *J. Inform.*, vol. 5, no. 2, pp. 211–220, 2018.
- [6] E. N. S. Dewi and A. A. Chamid, "Implementation of Single moving Average methods For Sales Forecasting of Bag In Convection Tas Loram Kulon," *TRANSFORMTIKA*, vol. 16, no. 2, pp. 113–125, 2019.
- [7] F. Fejriani, M. Hendrawansyah, L. Muharni, S. F. Handayani, and Syahrudin Syahrudin, "Forecasting Peningkatan Jumlah Penduduk Berdasarkan Jenis Kelamin Menggunakan Metode ARIMA.," *J. Kajian, Penelit. dan Pengemb. Pendidik.*, vol. 8, no. 1, pp. 27–36, 2020.
- [8] R. G. YM Faishol, I Purnamasari, "Peramalan Regarima Pada Data Time Series," *J. Eksponensial*, vol. 8, no. 1, pp. 37–42, 2017.
- [9] K. Hidayat, D. Yuniarti, and M. Siringoringo, "Peramalan Indeks Harga Konsumen Kota Samarinda dengan Metode Double Moving Average," 2019.
- [10] A. Nurfadilah, W. Budi, E. Kurniati, and D. Suhaedi, "Penerapan Metode Moving Average untuk Prediksi Indeks Harga Konsumen," *J. Mat.*, vol. 21, no. 1, 2022.
- [11] N. Yuniastari and I. Wirawan, "Peramalan Permintaan Produk Perak Menggunakan Metode Simple Moving Average Dan Exponential Smoothing," *J. Sist. dan Inform.*, vol. 9, no. 1, pp. 97–116, 2014.
- [12] H. Ihsan, R. Syam, and F. Ahmad, "Peramalan Penjualan dengan Metode Exponential Smoothing (Studi Kasus : Penjualan Bakso Kemasaan/Kiloan Rumah Bakso Bang Ipul)," *J. Math. Comput. Stat.*, vol. 1, no. 1, p. 1, 2019, doi: 10.35580/jmathcos.v1i1.9168.
- [13] A. R. Wijaya, "Model Prediksi Data Harga Minyak Mentah Dunia dengan Metode Exponential Smoothing," *Bul. Ilm. math. Stat. dan Ter.*, vol. 12, no. 1, pp. 21–28, 2023.

**PERBANDINGAN PREDIKSI PRODUKSI TIMAH MENGGUNAKAN MODEL  
SIMPLE MOVING AVERAGES, WEIGHTED MOVING AVERAGES DAN DATA  
AKTUAL DI PROVINSI KEPULAUAN BANGKA BELITUNG  
(COMPARISON PREDICTION OF TIN PRODUCTION USING SIMPLE MOVING  
AVERAGES MODELS, WEIGHTED MOVING AVERAGES AND ACTUAL DATA IN BANGKA  
BELITUNG ISLANDS PROVINCE)**

Rohil Agatha Lusia<sup>1,a</sup>

<sup>1</sup>Universitas Bangka Belitung [rohilagatha@gmail.com]

<sup>a</sup>rohilagatha@gmail.com

**ABSTRAK**

Kepulauan Bangka Belitung dikenal sebagai kawasan sabuk timah Asia Tenggara. Kawasan ini menyebabkan perkembangan ekspor dan impor di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung tidak lepas dari timah. Namun pada awal tahun 2018 nilai ekspor mengalami penurunan sebesar 66,38 % dibanding tahun sebelumnya. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk melihat hasil prediksi dari model terbaik dalam meramalkan produksi logam timah. Penelitian ini menggunakan metode *Moving Averages* dengan dua model yaitu model *Simple Moving Averages* dan *Weighted Moving Averages*. Hasil penelitian berdasarkan akurasi dan grafik perbandingan yang menjadi model terbaik dalam prediksi produksi logam timah di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah *Simple Moving Averages* disebabkan model ini memiliki tingkat akurasi minimum yaitu sebesar 1,029 dan bergerak mendekati data aktual.

**Kata Kunci:** Produksi Timah, *Simple Moving Averages*, *Weighted Moving Averages*

**ABSTRACT**

*The Bangka Belitung Islands are known as the Southeast Asian tin belt area. This area causes the development of exports and imports in the Bangka Belitung Archipelago Province to be inseparable from tin. The purpose of this study is to see the best prediction results and models in forecasting tin metal production. This study uses the Moving Averages method with two models, namely the Simple Moving Averages and Weighted Moving Averages models. The results of the research based on accuracy and comparative charts which are the best model in predicting tin metal production in the Bangka Belitung Islands Province are Simple Moving Averages because this model has a minimum accuracy level of 1.029 and moves closer to actual data. So that the initial hypothesis (H<sub>0</sub>) is rejected while the final hypothesis (H<sub>a</sub>) is accepted because there is a significant comparison between the Simple Moving Averages and Weighted Moving Averages models.*

**Keywords:** Tin Production, *Simple Moving Averages*, *Weighted Moving Averages*

**1. PENDAHULUAN**

Kepulauan Bangka Belitung adalah sebuah provinsi yang terdiri dari dua buah pulau besar yaitu Pulau Bangka dan Pulau Belitung [1]. Untuk kedua pulau tersebut, memiliki potensi produksi timah terbesar di Indonesia dan dikenal sebagai kawasan sabuk timah Asia Tenggara (Keuangan, 2022). Kondisi ini menyebabkan permintaan logam timah yang meningkat dari beberapa negara seperti Belanda, India, Singapura, Jepang, dan Amerika Serikat. Contoh pemanfaatan timah dapat dilihat pada makanan kaleng tidak berbahaya bagi manusia, digunakan pada pembuatan grenjeng rokok dan pada longsongan peluru [2]. Oleh karena itu, pada perkembangan ekspor dan impor di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung tidak lepas dari timah maupun nontimah, namun pada awal tahun 2018 nilai ekspor mengalami penurunan sebesar 66,38 % dibanding tahun sebelumnya [3]. Kegiatan ekspor secara fluktuatif terlibat langsung dengan proses produksi timah (penambangan).

Berdasarkan catatan triwulan 1 dari Kementerian Keuangan (KEMENKEU) Direktorat Jendral Perbendaharaan Provinsi Kepulauan Bangka Belitung pada tahun 2019, pendapatan usaha PT Timah Tbk didominasi oleh ekspor logam timah yang mengalami kenaikan secara signifikan 3 kali lipat dari tahun 2018. Hal ini disebabkan oleh produksi logam timah yang optimal yaitu sistem penambangan dengan inovasi dan teknologi ramah lingkungan [4]. Selain itu, produksi logam timah dapat diprediksi. Prediksi

ini diantaranya dengan memanfaatkan formulasi matematika yang efektif dan efisien untuk digunakan. Berdasarkan jenis data produksi logam timah merupakan kategori data periodik, sehingga metode peramalan yang digunakan adalah metode *time series*. Model *time series* memiliki kelebihan terutama dapat digunakan dengan mudah untuk suatu peramalan karena urutan historis pengamatan berturut-turut. Model *time series* yang dapat digunakan untuk memprediksi produksi logam timah adalah *Simple Moving Averages* dan *Weighted Moving Averages*. Setelah mengetahui hasil terbaik, selanjutnya akan dilakukan perbandingan galat (*error*). Aturan ini memanfaatkan MAE (*Mean Absolute Error*) dan MSE (*Mean Square Error*). Kemudian membandingkan grafik hasil dengan data aktual.

Penelitian mengenai produksi timah dengan menggunakan data *sampling* pada *recovery jig* sehingga diperoleh hasil pada bulan Maret direkomendasikan untuk melakukan pengaturan ulang pada variabel *jig* [5]. Selain itu mengenai persediaan bahan baku timah. Pada penelitian tersebut menggunakan metode *contious review system* di PT. Latinusa Tbk dengan hasil penelitian diketahui permintaan 6.224 kg dan dengan tingkat persediaan sebesar 98.518 kg [6].

Penerapan Metode *Moving Avarage* belum meluas karena kompleksitas penetapan pengaturan MA yang optimal, kurangnya panduan berbasis bukti tentang cara menggunakan MA dan kurangnya refrensi jelas yang mendukung nilai tambah. Meskipun banyak yang percaya pada nilai aplikasi MA, mereka kekurangan sumber daya dan/atau waktu dan/atau keahlian untuk menerapkannya [7]. Salah satu penerapan MA pada prediksi inflasi di Indonesia Nugroho dkk membandingkan metode MA, *Single Exponential Smoothing* dan *Double Exponential Smoothing* dengan perolehan metode terbaik berdasarkan tingkat akurasi yang digunakan yaitu metode *Single Exponential Smoothing* [8].

Berdasarkan kondisi tersebut maka perlu untuk dilakukan penelitian yang difokuskan pada prediksi produksi logam timah di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung. Penelitian difokuskan pada tahun 2022 di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memperoleh model terbaik dalam memprediksi produksi, model tersebut dapat digunakan sebagai dasar dalam melakukan prediksi dan menetapkan proses serta teknik produksi.

## 2. METODE PENELITIAN

### 2.1 Metode Analisis

#### Model *Simpel Moving Averages*

*Simpel Moving Averages* (SMA) atau rata-rata bergerak tunggal adalah nilai rata-rata yang tidak tertimbang dari  $n$  data sebelumnya atau dengan kata lain sebuah teknik yang merata-ratakan sebuah angka dari nilai aktual terbaru, diperbaharui sebagai nilai-nilai baru yang tersedia [9]. Model ini mempunyai karakteristik khusus yaitu untuk menentukan ramalan pada periode yang akan datang memerlukan data historis selama jangka waktu tertentu. Selain itu, semakin panjang jangka waktu SMA, efek pelicinan semakin terlihat dalam ramalan atau menghasilkan MA yang semakin halus. Dengan persamaan berikut:

$$S_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-n+1}}{n} \quad (1)$$

dimana:

$S_{t+1}$  = Prediksi untuk priode ke  $t+1$  pada *Simple Moving Averages*

$X_t$  = Data Priode  $n$

$N$  = Jangka waktu *Moving Averages*

#### Model *Weighted Moving Averages*

*Weighted Moving Averages* (WMA) atau rata-rata bergerak tertimbang (terboboti) merupakan suatu metode peramalan yang dirancang untuk menambah bobot pada data terbaru yang lebih berat dari pada data masa lalu. Jumlah bobot pada model ini sebesar 100 % pada data yang digunakan untuk model peramalan [10]. Pada model SMA bobot dari semua waktu ( $t$ ) adalah sama, sedang pada model ini data terbaru bobotnya lebih besar dari data yang lalu, dengan persamaan sebagai berikut:

$$W_t = \frac{\sum(X_t \times n)}{\sum n} \quad (2)$$

dimana:

$W_t$  = Prediksi untuk priode ke t+1 pada *Weighted Moving Averages*

$\sum X_t \times n$  = Jumlah X\*bobot n

$\sum n$  = Jumlah bobot

### **Mean Absolute Error**

*Mean Absolute Error* (MAE) adalah salah satu metode yang digunakan untuk mengukur tingkat keakuratan model peramalan. Nilai MAE menunjukkan rata – rata kesalahan (*error*) *absolut* antara hasil peramalan/prediksi dengan nilai riil [11]. Selain itu untuk mendapatkan hasil yang efektif dengan meningkatkan akurasi dan mengurai nilai MAE [12]. MAE dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_t - s_t| \quad (3)$$

dimana:

E = Kesalahan (*error*)

$x_t$  = data aktual

$s_t$  = data hasil peramalan

N = jumlah periode

### **Mean Square Error**

*Mean Square Error* (MSE) adalah salah satu metode statistika untuk mengukur seberapa mirip data aktual dengan data pemalan yang dibandingkan. MSE digunakan sebagai mengukur keakuratan hasil [13]. MSE dapat ditulis dengan persamaan sebagai berikut:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_t - s_t)^2 \quad (4)$$

## **2.2 Metode Perbandingan**

Metode perbandingan yang digunakan adalah perbandingan komparatif yang merupakan perbandingan antara kekuatan dan faktor-faktor lain yang mempengaruhi dalam perbandingan. Faktor-faktor tersebut dipersentasikan melalui perbandingan grafik. Grafik yang digunakan akan mempresentasikan hasil yang terbaik dari masing-masing model dengan memvisualkan gerak hasil data yang diperoleh.

## **3. HASIL DAN PEMBAHASAN**

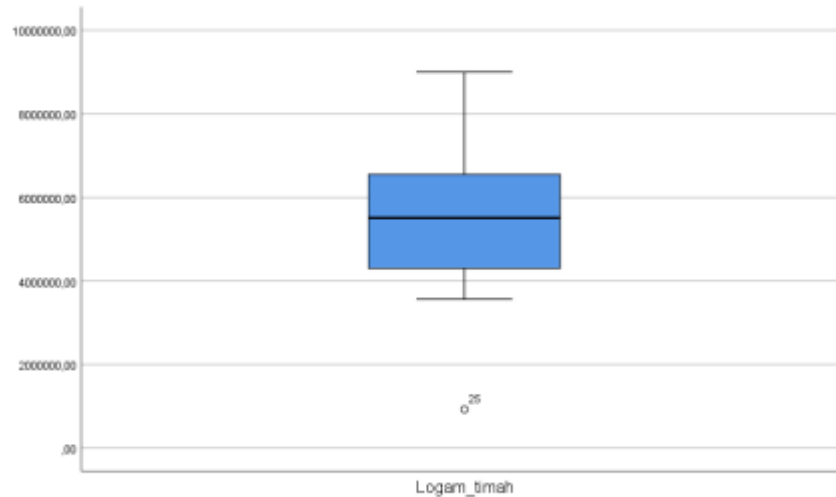
### **3.1 Stastika Deskriptif**

Sebelum melakukan analisis data lebih lanjut, kriteria dan jenis data perlu ditinjau melalui statistika deskriptif. Pada bagian ini ditunjukkan nilai dari rata-rata, nilai maksimum, nilai minimum, varians, skewness dan kurtosis dari data produksi logam timah pada bulan Januari 2020 – Juni 2022 di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung yang ditunjukkan pada **Tabel 3.1**

**Tabel 3.1** Statistika Deskriptif Data Produksi Logam Timah

Rata-rata	Nilai maksimum	Varians	Skewness	Kurtosis	Nilai Minimum
5696048	8997832	16,482	-0,225	0,721	925290,6

Berdasarkan **Tabel 3.1** dapat diketahui bahwa produksi logam timah paling rendah yaitu sebesar 925290,6 ton sedangkan dengan logam timah tertinggi yaitu sebesar 8997832 ton yang produksi logam timah mengalami produksi secara fluktuatif. Selain itu untuk ukuran simetri (skewness) dari curah hujan sebesar -0,225 ton dan ukuran data relatif (kurtosis) sebesar 0,721 ton dapat diasumsikan berdistribusi normal. Kemudian dilihat boxplot dari data yang digunakan pada **Gambar 3.1** Sebagai berikut



**Gambar 3.1** Boxplot Produksi Logam Timah

Berdasarkan **Gambar 3.1** data produksi logam timah di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung dari bulan Januari 2020 sampai dengan Juni 2022 diketahui terdapat pencilan pada Januari 2022. Dalam analisis statistik umumnya pencilan dapat berakibat masalah serius (titik ekstrem) yang berdampak pada data yang digunakan. Sehingga dapat dipastikan data tersebut berdistribusi normal dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov serta tetap menginput data pada titik pencilan tersebut. Pada Uji Kolmogorov-Smirnov data dapat dikatakan nilai residualnya berdistribusi normal apabila nilai signifikansi  $> 0,05$ . Berdasarkan Uji Kolmogorov-Smirnov hasil uji normalitas diperoleh nilai signifikansi  $0,200 > 0,05$  maka dapat dikatakan bahwa nilai residual berdistribusi normal.

### 3.2 Simple Moving Averages (SMA)

Model *Simple Moving Averages* memerlukan perhitungan dan penggambaran hasil fungsi proyeksi yang menggunakan data sebelumnya (historis). Pada penelitian ini menggunakan metode *trail-error* dalam menentukan model yaitu *Moving Averages* (MA (6)). Menggunakan persamaan (1) berikut perhitungan prediksi menggunakan *Simple Moving Averages* (MA (6)) diperoleh sebagai berikut:

$$S_{31} = \frac{925290,6 + 6507936,5 + 6547514,3 + 8997832,3 + 4683171,8 + 8432326,7}{6} \quad (1.1)$$

$$S_{31} = 6015679$$

Dan seterusnya hingga priode ke 35, hasil perhitungan diatas diperoleh prediksi terbaik disajikan pada **Tabel 3.3**, sebagai berikut:

**Tabel 3.3** Hasil Prediksi Model SMA

Priode	Hasil Prediksi
Juli 2022	6015679
Agustus 2022	6864077
September 2022	6923434
Oktober 2022	6986087
November 2022	6650796
Desember 2022	6978733

Berdasarkan Tabel 3.3, model MA yang teridentifikasi berdasarkan perhitungan SMA yaitu MA (6). Pada bulan Juli 2022 sebesar 6015679 ton dan mengalami peningkatan di bulan Agustus, September serta Oktober. Namun pada bulan November mengalami penurunan.

### 3.3 Weighted Moving Averages (WMA)

Model *Weighted Moving Averages* memerlukan perhitungan dan penggambaran hasil fungsi proyeksi yang menggunakan data sebelumnya (historis). Pada penelitian ini menggunakan metode *trail-error* dalam menentukan model yaitu *Moving Averages* (6). Menggunakan persamaan (2) berikut perhitungan prediksi menggunakan *Weighted Moving Averages* (MA 6) diperoleh sebagai berikut :

$$S_{31} = \frac{(925290,6 * 25) + (6507936,5 * 26) + (6547514,3 * 27) + (8997832,3 * 28) + (4683171,8 * 29) + (8432326,7 * 30)}{(25 * 26 * 27 * 28 * 29 * 30)} \quad (1.1)$$

$$S_{31} = 4647885,72$$

Berdasarkan hasil perhitungan diatas diperoleh prediksi terbaik disajikan pada Tabel 4.5, sebagai berikut

**Tabel 3.4** Hasil Prediksi Model WMA

Priode	Hasil Prediksi
Juli 2022	4647885,72
Agustus 2022	5845999,99
September 2022	5108039,47
Oktober 2022	5469979,82
November 2022	4726226,93
Desember 2022	4823751,73

Berdasarkan **Tabel 3.4**, model MA yang teridentifikasi berdasarkan perhitungan WMA yaitu MA (6). Pada bulan Juli 2022 sebesar 4647885,72 ton dan mengalami peningkatan di bulan Agustus, September serta Oktober. Namun pada bulan November mengalami penurunan.

### 3.4 Metode Perbandingan

#### Perbandingan Tingkat Akurasi

Tingkat akurasi digunakan untuk melihat tingkat akurat pada masing-masing yang digunakan. Parameter akurasi yang digunakan terhadap model *Simple Moving Averages* dan *Weighted Moving Averages* ini adalah MAE dan MSE, adapun nilai MAE dan MSE pada MA(6) disajikan pada **Tabel 3.5** berikut :

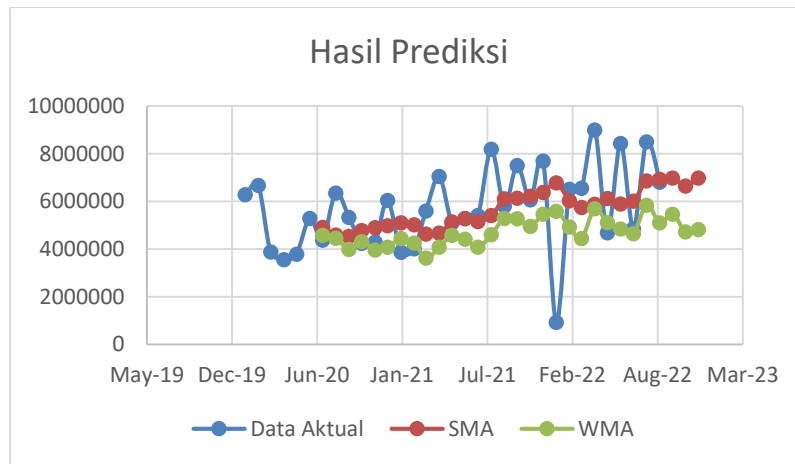
**Tabel 3.5** Akurasi Model SMA & WMA

Parameter Akurasi	Hasil Akurasi SMA	Hasil Akurasi WMA
MAE	101440,154	870372,3457
MSE	1,029	7,575

Berdasarkan **Tabel 3.5** diatas dapat dilihat bahwa nilai MAE dari SMA dan WMA (6) masing-masing sebesar 101440,154 dan 870372,3457. Sedangkan MSE masing-masing sebesar 1,029 dan 7,575. Sehingga akurasi terbaik yang dipilih dari perbandingan tersebut adalah MSE dan MAE dari model SMA (6).

### Perbandingan Grafik Hasil

Perbandingan grafik hasil digunakan untuk melihat satu hasil prediksi terbaik dari dua hasil prediksi yang digunakan. Dimana indikator yang digunakan adalah titik hasil yang paling mendekati data curah hujan dan dilihat dari selisih terpendek. Adapun grafik hasil masing-masing model dapat dilihat pada **Gambar 3.2**, sebagai berikut



**Gambar 3.2** Perbandingan Grafik Hasil

Berdasarkan **Gambar 3.2** dapat dilihat SMA bergerak secara *trend* mendekati data aktual. Pada bulan September 2022 data aktual sebesar 6813391 dan hasil prediksi 6923434 dengan selisih nilai 110043. Sedangkan WMA mendekati nol (menjahui data aktual) pada bulan yang sama diperoleh hasil prediksi sebesar 5108039 dengan selisih nilai 1705351. Sehingga diperoleh hasil prediksi terbaik dengan indikator selisih terpendek yang mendekati data aktual adalah hasil prediksi dengan model SMA.

### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa perbedaan model *Simple Moving Averages* dan *Weighted Moving Averages* dilihat dari tingkat akurasi dan grafik perbandingan yang menjadi model terbaik dalam prediksi produksi logam timah di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung adalah *Simple Moving Averages*. Model ini memiliki tingkat akurasi minimum yaitu sebesar 1,029 dan bergerak mendekati data aktula. Terlihat grafik perbandingan prediksi dari model *Simple Moving Averages* dapat dikatakan jenis hasil prediksi trend. Sehingga

Dari penelitian ini masih banyak faktor lain yang dapat dikembangkan. Misalnya penggunaan model yang sama dalam memprediksi faktor x yang berkaitan dengan klimatologi dan geofisika. Selain itu, dapat juga menggunakan model lain dengan indikator yang sama. Oleh karena itu, disarankan untuk menambahkan variabel atau model lain untuk mendapatkan hasil yang lebih detail.

### 5. UCAPAN TERIMAKASIH

Terima kasih Kepada Pojok Statistik yang telah membantu dalam perolehan data pada penelitian ini, serta tidak lupa juga terimakasih kepada pihak Dosen dan Staff di Program Studi Matematika atas dukungannya dalam penulisan ini.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. J. Pririzki, H. Stevanus, and R. A. Lusua, "Analisis Ketersediaan Air dan Keandalan Kulong ST 12 Kecamatan Sungailiat Kabupaten Bangka sebagai Sumber Air Bersih Menggunakan Geographical Information System," vol. 10, no. 2, pp. 193–199, 2022.

- [2] Yulianti, B. Bani, and Albana, "Analisa Pertambangan Timah Di Provinsi Kepulauan Bangka Belitung," *J. Ekon.*, vol. 22, no. 1, pp. 54–62, 2020.
- [3] BPS Provinsi Kepulauan Bangka Belitung, "Berita Resmi Statistik," *Bps.Go.Id*, vol. 19, no. 27, pp. 1–5, 2020.
- [4] K. Keuangan, "Kajian Fiskal Regional," *Kanwil Ditjen Perbendaharaan Riau*, pp. 1–25, 2019.
- [5] R. Andhika, A. Triantoro, and M. U. Dwiatmoko, "Optimalisasi Recovery Jig Untuk Produksi Timah Di Kepulauan Riau," *J. GEOSAPTA*, vol. 6, no. 1, p. 29, 2020, doi: 10.20527/jg.v6i1.7747.
- [6] Ananda Kukuh Wicaksono, "Analisis Pengendalian Persediaan Bahan Baku Timah dengan Menggunakan Metode *Continous Review System* di Pt. Latinusa Tbk.," *Energies*, vol. 6, no. 1, pp. 1–8, 2018, [Online]. Available: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1120700020921110%0Ahttps://doi.org/10.1016/j.reuma.2018.06.001%0Ahttps://doi.org/10.1016/j.arth.2018.03.044%0Ahttps://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S1063458420300078?token=C039B8B13922A2079230DC9AF11A333E295FCD8>
- [7] H. H. Van Rossum, "Moving average quality control: Principles, practical application and future perspectives," *Clin. Chem. Lab. Med.*, vol. 57, no. 6, pp. 773–782, 2019, doi: 10.1515/cclm-2018-0795.
- [8] Nugroho Arif Sudibyo, Ardymulya Iswardani, Arif Wicaksono Septyanto, and Tyan Ganang Wicaksono, "Prediksi Inflasi Di Indonesia Menggunakan Metode Moving Average, Single Exponential Smoothing Dan Double Exponential Smoothing," *J. Lebesgue J. Ilm. Pendidik. Mat. Mat. dan Stat.*, vol. 1, no. 2, pp. 123–129, 2020, doi: 10.46306/lb.v1i2.25.
- [9] F. Irawan, S. Sumijan, and Y. Yuhandri, "Prediksi Tingkat Produksi Buah Kelapa Sawit dengan Metode Single Moving Average," *J. Inf. dan Teknol.*, vol. 3, pp. 251–256, 2021, doi: 10.37034/jidt.v3i4.162.
- [10] H. Prapcoyo, "Peramalan Jumlah Mahasiswa Menggunakan Moving Average," *Telematika*, vol. 15, no. 1, p. 67, 2018, doi: 10.31315/telematika.v15i1.3069.
- [11] A. A. Suryanto, "Penerapan Metode Mean Absolute Error (Mea) Dalam Algoritma Regresi Linear Untuk Prediksi Produksi Padi," *Saintekbu*, vol. 11, no. 1, pp. 78–83, 2019, doi: 10.32764/saintekbu.v11i1.298.
- [12] W. Wang and Y. Lu, "Analysis of the Mean Absolute Error (MAE) and the Root Mean Square Error (RMSE) in Assessing Rounding Model," *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, vol. 324, no. 1, 2018, doi: 10.1088/1757-899X/324/1/012049.
- [13] R. Aditya, "Implementasi *Algoritma Fast Fourier Transform* dan *Mean Square Percentage Error* untuk Menghitung Perubahan Spektrum Suara Setelah Menggunakan Filter Pre-Emphasis" pp. 28–29, 2016.